Die Grenzboten

Berlin u.a., 1841 - 1922

Schmitt-Wendel, Karl: Aus dem Werdegang der Mathematik

urn:nbn:de:gbv:46:1-908

„War geplatzt und hatte siebzehn Mann von uns zur Strecke gebracht. Ich kam mit einer Fleischwunde davon.“

Mit blitzenden Augen hatte Evi an den Lippen des Erzählers gehangen. Der Ausgang seiner Geschichte gefiel ihr nicht. Für den heldenhaften Tod des Japaners hätte es ihrer Ansicht nach eine größere Verwundung geben müssen.

„Tut mir furchtbar leid, daß ich nicht mit einem abgerissenen Schenkel aufwarten kann!“ näselte Cäsar von Brügge herablassend, als Evi ihren Gedanken naiv Ausdruck gab. Sie verstand seine Ironie und parierte mit einer schnippischen Bemerkung: „Der Japaner gefällt mir tausendmal besser als Sie!“

Edith bemerkte den Wink des Vaters und rief die Schwester an ihre Seite: „Du bist taktlos,“ sagte sie leise. „Papa will, daß du zu Bett gehst. Also drück dich auf französisch!“

(Fortsetzung folgt)

Aus dem Werdegang der Mathematik

Von Dr. Karl Schmitt-Wendel in Königsberg i. Pr.

Tiefes Dunkel liegt über der Vorzeit menschlicher Kultur, und heute, wo wir es so herrlich weit gebracht, bietet es einen besonderen Reiz, rückwärts zu schauen nach jenen Fernen. Viele Wege führen uns dahin; manche liegen weite Strecken hin offen vor uns, andere wieder müssen noch aufgedeckt und gangbar gemacht werden, damit die Kulturgeschichte, die eigentliche Geschichte der Menschheit, erkannt und verstanden werden kann.

Bei einem Werke des menschlichen Geistes hat man sich lange Zeit hin nur wenig um die Geschichte gekümmert, und doch ist es ein Werk, mit dem sich kaum ein anderes an Alter vergleichen läßt: die Mathematik. Aber nicht das Alter allein gebietet uns bei dieser Wissenschaft Ehrfurcht und Achtung; es kommt noch die Bedeutung dazu, welche sie für die Entwicklung und das Verständnis unserer gesamten technisch-wissenschaftlichen Kultur gewonnen hat. Die Mathematik steht in inniger Berührung mit der Kultur und ihre Geschichte bildet einen wichtigen Teil jener großen Geschichte der Menschheit.

Wenn es heute möglich ist, den Werdegang der Mathematik zu überschauen, so verdanken wir das in erster Linie den Arbeiten M. Cantors und seiner Jünger*). Auch das großartig angelegte Werk „Die Kultur der Gegenwart“ bringt in einem Bande „die mathematischen Wissenschaften“ unter Felix Kleins Leitung. Diese Abteilung ist auf sechs Hefte berechnet. Im ersten handelt A. Voß über „Die Beziehungen der Mathematik zur allgemeinen Kultur“, im zweiten über „Mathematik und Philosophie“. Das dritte enthält „Die Mathematik im Altertum und Mittelalter“, aus der Feder H. G. Zeutheus in Kopenhagen, der denselben Gegenstand früher schon einmal ganz ausführlich behandelt hat (dänisch 1893, später auch deutsch und französisch erschienen). Heft 4 bringt eine Darstellung der Mathematik im sechzehnten, siebzehnten und achtzehnten Jahrhundert durch P. Stäckel, während für das fünfte Heft („Die Mathematik der Neuzeit“) noch kein Verfasser bestimmt ist. In dem sechsten Heft spricht H. E. Timerding „Über den mathematischen Unterricht“. Zurzeit liegt erst die Abhandlung von Zeuthen vor über „Die Mathematik im Altertum und Mittelalter“**).

Wenn auch viele mit dem Mathematiker Jakobi das einzige Ziel der mathematischen Wissenschaft in der Verherrlichung des menschlichen Geistes sehen, so bewundert doch die große Menge, welche den oft so ganz abstrakten Gedankengängen mathematischer Arbeiten nicht folgen kann, in der Mathematik „ein Instrument von wunderbarer Nützlichkeit“, ein Instrument, welches einem großen Teil unserer Kultur erst die Grundlage gab und dann auch den Fortschritt sicherte. Auch diese kulturelle Seite der Mathematik ist in jüngster Zeit gewürdigt worden***).

Viel bewundert und viel gescholten hat die Mathematik ihren Weg zurückgelegt. Es ist ein weiter Weg. Die ersten ausführlichen handschriftlichen Urkunden, die uns bekannt sind, stammen von den Ägyptern. Wir wissen, daß bei Babyloniern und Ägyptern die Mathematik eifrig betrieben und auf Feldmeßkunde und Astronomie angewendet wurde. Von hier kam sie zu den Griechen. „Bei ihnen stand die Geometrie hoch in Ehren; es gab nichts Berühmteres als die Mathematiker,“ berichtete Cicero. Zunächst waren die Griechen nur Schüler der Ägypter; ihre Geometrie war nichts als Wahrnehmungsgeometrie. Mit Pythagoras und seinen Jüngern wurde das anders. Was dem Meister, was den Schülern zuzuschreiben ist, läßt sich nicht genau festlegen. Jedenfalls nahm die Geometrie unter ihnen eine neue Gestalt an; sie wurde zu einer deduktiven Wissenschaft. Welchen Wert der Philosoph Plato der Mathematik

*) Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, von M. Cantor. 4 Bände und Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Begründet von M. Cantor. Bis jetzt 30 Hefte. B. G. Teubner, Leipzig und Berlin.

**) Kultur der Gegenwart. Teil III, Abt. I. Erste Lieferung. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1912. V u. 95 S. Preis geh. 3 Mark.

***) E. Picard, Das Wissen der Gegenwart in Mathematik und Naturwissenschaften. Deutsche Ausgabe mit erläuternden Anmerkungen von F. und L. Lindemann. B. G. Teubner, 1913, 292 S. Geb. 6 M. — A. Voß, Über das Wesen der Mathematik. 2. Aufl. 123 S. Geb. 4 M. B. G. Teubner, 1913.

zuschrieb, ist bekannt. Nur geometrisch Gebildeten stand der Zutritt zu seiner Akademie offen.

Die eigentliche Blütezeit der griechischen Mathematik setzte um das Jahr 300 v. Chr. in Alexandria ein und hatte die „Elemente" Euklids zur Grundlage. Ein reges geistiges Leben herrschte damals in dieser Stadt. Mündlicher Unterricht und mündlicher Verkehr trugen sehr zur Förderung des mathematischen Wissens bei. Ob Archimedes in Alexandria studiert hat oder durch seinen Freund Konon mit den alexandrinischen Mathematikern in Verbindung getreten ist, wissen wir nicht. Jedenfalls verstand er es, sich als Techniker das mathematische Wissen der damaligen Zeit zunutze zu machen. Er beherrschte den neuen Stoff vollständig und vermochte es, Betrachtungen und Überlegungen anzustellen, die so weit über die damalige Zeit hinausgriffen, daß er bei den Alexandrinern nicht immer auf volles Verständnis rechnen konnte. Aus einem 1906 in Konstantinopel entdeckten Palimpsest geht hervor, daß Archimedes sich bei der Inhaltsberechnung von Flächen und Körpern und bei Aufgaben aus der Mechanik Methoden bediente, wie heute die Integralrechnung, indem er z. B. ein Parabelsegment oder ein Dreieck als „Summe von Strecken" betrachtete. Das ist dasselbe, als wenn die Integralrechnung eine Fläche als die Summe unendlich vieler, unendlich schmaler Streifen ansieht und behandelt. In einer Schrift über die Kugel und den Zylinder beweist er mit seiner neuen Methode, daß die Kugel einem Kegel gleich ist, der die Oberfläche der Kugel zur Grundfläche, ihren Halbmesser zur Höhe hat. Der Wichtigkeit seiner infinitesimalen Betrachtungsweise war er sich wohl bewußt. Als Grabmal wünschte er sich eine einem Zylinder eingeschriebene Kugel.

Neben Euklid und Archimedes zeichnete sich besonders Apollonius von Perge aus, der sich in erster Linie mit den Kegelschnitten beschäftigte. Dann kam eine lange Zeit ohne wesentliche Fortschritte der Mathematik. Erst mit dem Beginn der Renaissance trat eine Wendung ein.

Bis dahin waren Algebra, Geometrie, die ersten Versuche der Integralrechnung und Mechanik innig miteinander verschmolzen. In der Renaissancezeit trennten sich die einzelnen Disziplinen mehr und mehr. Die Algebra mit ihrem Symbolismus löste sich von der Geometrie los und machte schnell Fortschritte. Die überaus klare Sprache, deren sie sich bediente, und die große Ersparnis an Gedankenarbeit begünstigten dies sehr. In dieser Periode, die bis ans Ende des siebzehnten Jahrhunderts reicht, wurde auch die Trigonometrie weiter ausgebildet, die analytische Geometrie begründet; ferner erschienen die Logarithmen auf der Bildfläche, und die Dynamik entstand. Den Abschluß bildete die Weiterführung der Differential- und Integralrechnung durch Newton und Leibniz und die Entdeckung der Gravitation. Kurz, es war eine Zeit reich an Neuerungen. Descartes und Galilei waren die kühnsten Neuerer.

Cogito ergo sum. Das Dasein des Geistes ist für Descartes die erste und gewissseste aller Erkenntnisse. Von solchen Erkenntnissen müssen wir ausgehen, um zur Wahrheit zu gelangen. Der menschliche Geist ist dazu fähig. Den besten Beweis für seine Wahrheitsfähigkeit liefert die Mathematik. Aus wenigen Axiomen entwickelt sie durch wahre Schlüsse die Fülle ihrer Theoreme. Dieser mathematischen Methode muß sich die Philosophie bedienen und aus unmittelbar einleuchtenden Prinzipien deduktiv ihre Sätze ableiten. „Omnia apud me mathematice fiunt," sagte Descartes. Damit verschaffte er der mathematischen Methode Zutritt in das Gebäude der Philosophie, und man kann nicht behaupten, daß es der Philosophie immer zum Heile ausschlug.

Doch Descartes hat auch Positives für die Mathematik geleistet. Betrachten wir heute die Temperaturkurve an einer Wettersäule, so nehmen wir die klare und übersichtliche Orientierung als selbstverständlich hin. Wir finden dort auf einer horizontalen Geraden die Zeit abgetragen (Abszisse) und für die einzelnen Zeitpunkte die zugehörige Temperatur auf einer vertikalen Geraden nach oben oder unten (Ordinate). Die Endpunkte dieser vertikalen Strecken bilden miteinander verbunden eine Kurve, welche mit einem Blick den Temperaturverlauf innerhalb eines jeden Zeitabschnittes erkennen läßt. Descartes hat diesen Begriff der veränderlichen Größe und der Funktion eingeführt und mit Hilfe seines „Koordinatensystems" zur Darstellung gebracht. Wenn auch schon von den altägyptischen Baumeistern Koordinaten benutzt wurden, um beispielsweise bestimmte Punkte einer Zeichnung festzulegen, so ahnte man damals doch nicht, welches wichtige Hilfsmittel für die Geometrie daraus erwachsen konnte. Descartes gebührt das Verdienst, es für die Geometrie eingeführt zu haben. Er übertrug sie damals in die Sprache der Zahlenlehre und wurde so der Vater der analytischen Geometrie.

Durch die Zurückführung der Geometrie auf die Lehre von den Zahlen fand ein wichtiges mathematisches Problem, das schon die griechischen Mathematiker ernstlich beschäftigt hatte, nach und nach seine Lösung, nämlich das Tangentenproblem, d. h. an eine Kurve eine gerade Linie zu ziehen, die durch ihr „Neigungsverhältnis" gegen die Horizontale ein Maß für das Steigen oder Fallen der Kurve an dem Berührungspunkt bildet.

Galilei verdanken wir die Klärung der Begriffe Geschwindigkeit und Beschleunigung, durch deren Anwendung die Bewegung frei fallender Körper in einfachen Gesetzen ausgesprochen werden konnte. Damit legte er den Grund zu einer wirklichen Dynamik, und indem er rechnerisch zu Werke ging, griff er auf die infinitesimalen Arbeiten des Archimedes zurück und schlug Wege ein, die Cavalieri, Fermat u. a. bis auf Newton und Leibniz weiter verfolgten. Mit seiner Lehre von den Bewegungserscheinungen der Körper gab Galilei der Mathematik Stoff zu neuen und ernsten Arbeiten. Seine Ermittlung der Geschwindigkeit nach Richtung und Größe ist mit dem erwähnten Tangentenproblem identisch.

Durch Galileis Bewegungslehre wurde Newton zu den Grundvorstellungen einer Fluxionsrechnung geführt. Leibniz hat sich mehr an das Tangentenproblem und an seine Umkehrung gehalten und kam von hier aus zu seiner Differential- und Integralrechnung. So trugen beide zum weiteren Ausbau der Infinitesimalrechnung bei. Es soll hier nicht die einst so stark ventilierte Streitfrage über die Priorität der Idee aufgerollt werden, denn Newton selbst hat die Selbständigkeit der Leibnizschen Idee anerkannt.

Man besaß in diesen neuen mathematischen Methoden ein Werkzeug, mit dem man nicht nur Fragen der Geometrie und Analysis zu lösen vermochte, man konnte sie auch bei vielen Vorgängen in der Natur mit dem größten Nutzen anwenden. Der Bereich, in welchem das möglich war, wuchs zusehends. Darin liegt einer der größten Fortschritte, welche der menschliche Geist je gemacht hat. „Der Vorteil ist der," schrieb Gauß später einmal, „daß wenn ein solcher Calcul dem innersten Wesen vielfach vorkommender Bedürfnisse korrespondiert, jeder, der ihn sich ganz angeeignet hat, auch ohne die gleichsam unbewußten Inspirationen des Genies, die niemand erzwingen kann, die dahin gehörenden Aufgaben lösen, ja selbst in so verwickelten Fällen gleichsam mechanisch lösen kann, wo ohne eine solche Hilfe auch das Genie ohnmächtig wird."

Das achtzehnte Jahrhundert legte Zeugnis von der außerordentlichen Fruchtbarkeit der neuen Methoden ab. Je größer das Anwendungsgebiet wurde, desto mehr stieg die mathematische Wissenschaft im Ansehen. Sie galt damals als überaus vornehme Wissenschaft. Auch Damen wandten sich ihr zu. In England erschien um diese Zeit eine besondere mathematische Zeitschrift für die Damen der englischen Gesellschaft. Bald gab es im achtzehnten Jahrhundert kaum einen Gegenstand der Erscheinungswelt, dessen sich die Mathematik nicht bemächtigt hatte. Sie feierte Triumph auf Triumph. Den Höhepunkt erreichte sie in den Bernoullis, in Euler, d'Alembert und besonders in Lagrange und Laplace. Problem häufte sich auf Problem, so daß die Mathematiker kaum Zeit hatten, die Grundbegriffe kritisch zu diskutieren. „Nur vorwärts, der Glaube wird schon kommen," soll d'Alembert gesagt haben. Jedenfalls charakterisiert dieses Wort das ganze Jahrhundert, in welchem unter dem Antrieb der Geometrie, Mechanik und Physik fast alle großen Abteilungen der Analysis berührt wurden. Man schreckte nicht vor dem Gedanken zurück, dereinst den ganzen Weltverlauf durch ein System von Differentialgleichungen darzustellen.

Die Glanzperiode reichte bis ins erste Viertel des neunzehnten Jahrhunderts hinein. Die äußere Pracht des so weit ausgedehnten mathematischen Baues war unbestreitbar. Nun schien es an der Zeit, sein Fundament näher zu untersuchen. Schon Lagrange hat diese Notwendigkeit erkannt. Denn er schrieb 1781 an d'Alembert: „Ich beginne zu fühlen, daß mein Trägheitsvermögen allmählich zunimmt und ich stehe nicht dafür, daß ich in zehn Jahren noch Mathematik treibe. Das Bergwerk ist auch, wie mir scheint, fast schon zu tief, und wenn nicht neue Adern entdeckt werden, muß man es über kurz oder lang verlassen. Physik und Chemie bieten heute glänzendere und leichter zu hebende Schätze."

Doch man verließ das „Bergwerk" nicht. Es fanden sich vielmehr neue Arbeiter, welche sich der Festigung und Sicherung des ganzen Baues in ernster Arbeit widmeten. Gauß, Abel und Cauchy gehören zu den eifrigsten und fruchtbarsten. Neben den bisherigen Wegen wandelten sie ganz neue und bereicherten die Theorie um manche neue Vorstellung, z. B. durch die Betrachtung der komplexen Veränderlichen. Ihre Einführung hatte eine wesentliche Verbesserung und Umgestaltung der gesamten Analysis zur Folge. Andere Mathematiker, z. B. Poncelet, Steiner, Lobatschewsky, von Staudt, förderten die Geometrie in ihren verschiedenen Teilgebieten; Gauß schrieb seine drei grundlegenden Abhandlungen über Differentialgeometrie.

Die nächste und letzte Periode setzt mit dem letzten Drittel des neunzehnten Jahrhunderts ein und steht ganz im Zeichen der „reinen" Mathematik. Der geschlossene Charakter, den sich die Mathematik bis dahin noch ziemlich bewahrt hatte, ging mehr und mehr verloren. Sie zerteilte sich in zahlreiche Sonderbereiche, die getrennt weiter ausgebaut wurden, wobei die einzelnen Mathematiker, jeder in seinem Gebiete, bestrebt waren, das Höchste zu leisten. Die Fortschritte der reinen Mathematik folgten so schnell aufeinander, daß eine allgemeine Charakteristik nicht gegeben werden kann, und die Erörterung der Einzelheiten ist ohne Anwendung der mathematischen Ausdrucksweise und Zeichensprache nicht möglich. Hier, wo nur ein Schnitt durch den Entwicklungsgang der Mathematik gelegt werden konnte, käme das jetzt auf eine lexikalische Aufzählung von Titeln hinaus. Der kritische Verstand der Mathematiker hat nicht nur die Grundlagen des Gebäudes ernster Prüfung unterzogen, sondern noch viele neue Steine dazugefügt.

Wie nun in jedem größeren geschäftlichen Betriebe von Zeit zu Zeit eine Inventaraufnahme wünschenswert und nötig ist, so auch auf wissenschaftlichem Gebiete. Für die Mathematik haben wir seit ungefähr fünfzehn Jahren ein solches Unternehmen in der bei B. G. Teubner erscheinenden „Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften", auf die wir mit Recht stolz sein können. Das ganze Werk ist auf sieben Bände berechnet, von denen der erste vollständig, der zweite beinahe vollständig vorliegt. Von den übrigen sind schon zahlreiche Hefte erschienen. Es handelt sich um eine Gesamtdarstellung der mathematischen Wissenschaften nach ihrem gegenwärtigen Inhalt, die sich nicht auf die reine Mathematik beschränkt, sondern auch alle Anwendungsgebiete berücksichtigt.

Eine Zeitlang war die Anwendung der Mathematik so gut wie nicht beachtet worden, nämlich in jener Periode des neunzehnten Jahrhunderts, welche durch die Spezialisierung der Mathematik und den schnellen Fortschritt der Einzelgebiete gekennzeichnet ist. Sie spielte damals die Rolle der uneigennützigen Wissenschaft. Sie galt mehr als große Zierde. Bald aber zeigte sie sich, um mit Montaigne zu reden, als ein Instrument von wunderbarer Nützlichkeit. Heute ist die Anwendung der Mathematik fast unbegrenzt. Ihr Wirkungskreis erweitert sich zusehends. Wenn wir heute von einem Zeitalter der Naturwissenschaften und der Technik sprechen können, so hat die Mathematik das Hauptverdienst daran. Wie sehr hat Schopenhauer ihren Wert verkannt, als er mit scharfem Spott von ihr sagte, sie könne höchstens den Nutzen haben, flatterhafte Köpfe an Aufmerksamkeit zu gewöhnen. Wir wissen, daß sie zum vollen Verständnis unserer gegenwärtigen Kultur nötig ist. Und wenn „allgemeine Bildung" die Fähigkeit bedeutet, unsere gesamte Kulturentwicklung zu verstehen, dann ist für alle, welche darauf Anspruch machen und in diese Entwicklung eingreifen wollen, ein gewisses Maß an mathematischen Kenntnissen unerläßlich.

Maßgebliches und Unmaßgebliches

Jubiläum

Der siebzigjährige Rosegger. Der Kalender, der ja in solchen Dingen als zuverlässig gilt, behauptet, daß der steirische Waldbauernbub am 31. Juli siebzig Jahre alt wird. Man will es nicht recht glauben, wenn man es hört. Den Rosegger Peter, der Zeit seines Lebens ein Träumer gewesen ist mit der Seele eines Kindes, eine Kampfsnatur mit dem Temperament eines Zwanzigjährigen — den sollen wir auf einmal als Jubelgreis im Silberhaar wiederfinden? Nein, da muß irgend etwas nicht stimmen. Freilich, daß hinter dem Märchenerzähler und Träumer und Sinnierer Rosegger ein Mann sich birgt, den das Leben zu köstlichster Reife hat emporwachsen lassen, das wußten wir längst. Ein Mann ist der Peter tausendfach gewesen, seitdem er über die Zwanzig hinaus ist. Aber ein Greis? Nie und nimmermehr. Dazu hat niemand weniger Anlage als der Krieglacher Bauernsohn, der noch heute so wettern und stürmen und juchzen kann wie ein eben flügge gewordenes Menschenkind.

In der Tat: die unerhörte Jugendlichkeit dieses Mannes ist vielleicht der erstaunlichste, ganz gewiß aber der wertvollste Zug seiner menschlichen und dichterischen Persönlichkeit. Man muß unter den heutigen Poeten deutscher Zunge weit, sehr weit umhersuchen, ehe man jemanden findet, der zu den Erscheinungen der Umwelt auch nur annähernd ein so unmittelbares Verhältnis hat wie dieser Peter Rosegger. Er ragt in unsere „literarisch" verseuchte Epoche wie das Sinnbild einer besseren Zeit, in der die geistreiche Konstruktion weniger und die persönlich menschliche Beziehung zu den Dingen mehr galt als heute. Was unserer ratlosen, von Skepsis und quälendem Abstraktionsbedürfnis geplagten Literatur fast nirgends gelingen will: aus dem eigenen Erleben heraus unmittelbar dichterisch zu gestalten — das fällt diesem Bauernsproß, diesem Autodidakten wie ein Gottesgeschenk in den Schoß. Gesehenes und Erlittenes, Geträumtes und Erlauschtes wandelt sich ihm ganz von selbst in das lautere Gold der Poesie. Er hat es niemals nötig gehabt, die Kunst der deutschen Poeterei in geheimnisvollen Laboratorien zurecht zu destillieren. Er hat niemals in literarischen Caféhäusern umhergesessen und sich den Kopf mit blaßblütiger Problematik vollgepfropft. Er ist