Beyträge
zur
Erweiterung der Kenntniß
der
Seewissenschaften

von

Daniel Braubach,
Doctor der Philosophie und öffentlicher Lehrer der
Seefahrtkunde in Bremen.

Zweyter Theil.

Bremen,
bey Joh. Heinrich Müller.
1807.

Vorrede.

In dem Vorberichte zu dem ersten Theile dieser Beyträge habe ich den Gesichtspunct angegeben, aus welchem ich sie beurtheilt zu haben wünschte. Das Publicum hat nicht mehr gefordert, als ich zu leisten versprochen hatte, und ich danke für diese Nachsicht.

Das Wenige, was ich zu meiner Rechtfertigung über diesen zweyten Theil sagen kann, ist nicht viel besser, als eine wiederholte Entschuldigung. Vor ohngefähr acht Jahren schrieb ich eine Anweisung über die Theorie des Schiffbaues und des Manövre der Seeschiffe, nebst einer kleinen Mechanik für Seefahrer, die beyde von dem Publicum sehr gütig aufgenommen, und bey deren Recensionen ich von Kennern aufgefordert wurde, mich diesem Fache ferner zu widmen, indem dieselben nachsichtig genug waren, zu glauben, daß Theorie und Erfahrung, die Sie bey mir voraussetzten, mich berechtigen würden, über diesen Gegenstand mein Scherflein ferner beyzutragen.

Daß ich dies Bruchstück für kein systematisches Ganze halte, zeigt der Titel desselben schon an; denn ich begnüge mich gerne mit dem Gedanken, zu dem großen Gebäude einige Materialen herbeygeschaft zu haben.

Der Verfasser.

Erster Abschnitt.

Von der Stabilität der Schiffe.

§. 1.

Wenn ein Schiff, oder irgend ein andrer auf dem Wasser schwimmender Körper, der durch irgend eine Kraft, die auf denselben wirket, aus seiner horizontalen Lage gebracht, wiederum durch den aufwärts wirkenden Druck des Wassers um seine große Achse gedrehet und in horizontaler Lage zurückgebracht werden soll; so lehrt die Hydrostatik, daß der Schwerpunct dieses Körpers nothwendig unter dem Durchschnittspuncte zweyer Linien liegen müsse, welche aus den beyden

den Schwerpuncten der untergetauchten Theile des Körpers in beyden Lagen senkrecht auf beyde Wasserlinien gezogen worden, welcher Durchschnittspunct das Metacentrum genannt wird. Diese Wahrheit ist äusserst einleuchtend, denn, wenn in Fig. 1 AB die Wasserlinie bey der horizontalen und ef diejenige bey der geneigten Lage anzeigt, wenn G der Schwerpunct von ACB und g derjenige von edf ist, und man zieht Cr senkrecht auf AB und ds senkrecht auf ef, so ist der Schneidepunct n das Metacentrum, das stets über dem Schwerpuncte des ganzen Körpers, oder über m liegen muß, denn, wenn m, oder der Schwerpunct über n hinaus läge, so würde der aufwärts wirkende Wasserdruck offenbar dazu abzwecken, die Hälfte oAC noch tiefer in's Wasser zu senken, und es endlich ganz umstürzen, indem die eigne Schwere des Schiffes, die

die im Schwerpuncte, oberhalb n concentrirt ist, das Schiff ebenfalls nach der Seite oAC drückt, und es um seine größte Achse zu drehen strebt.

§. 2.

Um nun über die Stabilität eines Schiffes im unbeladenen Stande richtig urtheilen zu können, muß man vorher zu bestimmen suchen, ob der Schwerpunct des Schiffes selbst, das ist, der gemeinsame Schwerpunct aller Theile desselben, unter dem Metacentro desselben liegt, und ob das Moment des Wasserdrucks von unten nach oben größer, als das Moment des ganzen Gewichts des Schiffes sey. Um dies deutlich einzusehen, kann man sich in den drey Puncten m, G und g einen krumarmigten Hebel mGg vorstellen, der seinen Ruhepunct in G; dem Schwerpuncte des untergetauchten Theils

des

des Schiffes in horizontaler Lage, hat, an welchem der aufwärts wirkende Wasserdruck, in der Entfernung Gg, um das Schiff wieder in seine horizontale Lage zu bringen, wirket; dem aber die ganze Schwere des Schiffes, die man sich im Schwerpunct m vereint denken kann, am Hebelarm mG entgegenwirket, und das Schiff umzustürzen strebt. Bezeichnet man nun das ganze Gewicht des Schiffes mit P, so findet nach mechanischen Gesetzen das Gleichgewicht statt, wenn $P \times Gg = P \times mG$, und das Schiff hat eine größere oder kleinere Stabilität, je nachdem $P \times Gg > P \times mG$ ist. Alles, worauf es demnach bey dieser Untersuchung ankömmt, ist, daß man bey einem jeden, noch auf dem Stapel stehenden Schiffe folgende Stücke mit hinlänglicher Genauigkeit zum voraus zu bestimmen, im Stande sey, neimlich:

1) das Metacentrum, oder den Durchschnittspunct n der beyden Linien Gr und gs.

2) den Punct m, oder den Schwerpunct aller Theile des ganzen Schiffes.

3) das Gewicht des ganzen Schiffes und aller seiner Theile.

4) den Schwerpunct G des unter dem Wasser liegenden Theils des Schiffes.

Wir wollen mit der Bestimmung des Metacentrums n anfangen.

§. 3.

Da die Bestimmung dieses Punctes n bloß von der Lage der beyden Linien Gr und gs, nach welchen der aufwärts gehende Wasserdruck wirket, abhängt; so muß die Entfernung der beyden Schwerpuncte G in horizontaler und g in geneigter Lage gesucht werden. Die Entfernung dieser beyden Puncte G g muß man sich hier als äusserst klein vorstellen, weil der Neigungswinkel des Schiffes Bzf = Aze anfänglich nur sehr klein ist. Nun haben aber in der geneigten Lage des Schiffes der untergetauchte Theil desselben, in horizontaler Lage ACB und dieser nemliche Theil in der schiefen Lage edCf beyde den Theil ACf gemeinschaftlich, dessen Schwerpunct in q seyn mag; folglich entspringt die Entfernung beyder Schwerpuncte G g blos aus den beyden andern Theilen Aze und Bzf, von welchen der Eine sich ins Wasser taucht, indeß der Andre sich aus demselben erhebt, und von welchen der Erste seinen Schwerpunct in h, der Letztre in i haben mag. Da nun ACB aus den beyden Theilen Bzf und dem gemeinschaftlichen Theile AzfC besteht, so muß auch sein Schwerpunct G in der Linie q i liegen, welche die Schwerpuncte q und i von AdCf und Bzf mit einander verbindet, und man hat das Verhältniß: Gi : Gq = AzfC : Bzf, weil aus bekannten mechanischen Gründen alle Theile eines Körpers im Gleichgewichte um seinen Schwerpunct seyn müssen, und dieses Gleichgewicht nur bey dem Verhältnisse statt haben kann, durch welches diese Momente gleich gemacht werden. Aus dem nemlichen Grunde muß auch g, der Schwerpunct des Theils edCf in der geneigten Lage des Schiffes, in der Linie hq liegen, welche die beyden Schwerpuncte h und q der beyden Theile Aez und AzfC mit einander verbindet. Da nun aber die beyden kleinen Körper Bzf und Aze, von welchen hier bloß die Durchschnitte erscheinen, einerley körperlichen Inhalt haben, weil das Schiff, sowol vor als nach der Neigung, denselben Raum im Wasser einnimmt, so muß auch

auch der gemeinschaftliche Theil AzfC das nemliche Verhältniß zu Bzf, als zu Aze haben, und hieraus folgt denn ebenfals, daß auch hg : gq = Gi : Gq statt finden müsse. Die kleine Linie Gg, welche die Entfernung der Schwerpuncte G und g ist, theilt also die beyden Linien qh und qi verhältnißmäßig, und ist daher mit der Oberfläche des Wassers, oder mit hi, welche die Schwerpuncte h und i der kleinen Körper Aze und Bzf verbindet, parallel.

Ferner aus dem Verhältnisse
AzfC : Bzf = Gi : Gq folgt auch
AzfC + Bzf : Bzf = Gi + Gq : Gq,
dies ist
ACfB : Bzf = qi : Gq, ebenfals ist
ACfB : Aze = hq : gq, und daher
qi : Gq = hq : gq, also auch ferner
qi : Gq = hi : Gg; folglich auch
ACfB : Bzf = hi : Gg. Man kann also

also den Abstand der Schwerpuncte oder den Hebelarm Gg, an welchem der Wasserdruck wirket, finden, wenn man den körperlichen Inhalt des untergetauchten Theils in horizontaler Lage AdCB, denjenigen des kleinen Solidums Bzf, nebst der Entfernung hi beyder Schwerpuncte der Körper Aze und Bzf kennet, weil diese die drey ersten Glieder eines Verhältnisses sind, von welchem Gg das vierte ist.

§. 4.

Da die Figur des Schiffes aus dem sogenannten Risse bekannt ist, und das Gewicht des ganzen Schiffes als gegeben angesehen werden kann, so ist es nicht schwer den Flächeninhalt des horizontalen Durchschnitts bey der Wasserlinie zu finden; denn, wenn man annimmt, daß P das Gewicht des Schiffes, x der Flächen-

inhalt

inhalt dieses Durchschnitts, q das Gewicht eines Cubikfußes Wasser und d die immer beynahe bekannte Tiefe des Schiffes unter dem Wasser sey, so muß nach hydrostatischen Gründen $P = xdq$ und $x = \frac{P}{dq}$ seyn. Man bezeichne demnach die Abscissen dieses Horizontalschnitts mit x, dessen halbe Breiten, oder Ordinaten mit y, so ist Bz die größte dieser Ordinaten, welche wir b nennen wollen; ebenfals mag a die kleine Linie Bx bezeichnen, um welche sich der Punct B bey der Neigung aus dem Wasser hebt, indem das Schiff sich um die Achse seiner Länge dreht. Nun muß man erwägen, daß das kleine Solidum Bzf, welches sich aus dem Wasser erhebt, und von welchem Bzf bloß ein Durchschnitt ist, aus einer unendlichen Menge kleiner verticaler Dreyecke bestehe, welche in der unendlich kleinen Entfernung

dx,

dx, einer von dem andern, auf der Achse, oder Länge des Schiffes parallel mit dem △ Bzf liegen und demselben ähnlich sind. Diese kleinen Dreyecke haben die halben Schiffsbreiten y zur Basis und ihre kleine Höhe findet man also:

Bz : Bx = y : Höhe, oder
= =
b : a = y : $\frac{a}{b}$ y. Multiplicirt man nun diese Höhe mit $\frac{1}{2}$y, so erhält man $\frac{a}{2b}y^2$, welches dem Flächeninhalte eines solchen kleinen Dreyecks gleich ist. Multiplicirt man nun den eben gefundenen Flächeninhalt mit dx, dem unendlich kleinen Abstande dieser Dreyecke von einander, so erhält man $\frac{a}{2b}y^2\,dx$, welches dem körperlichen Inhalte einer dieser kleinen dreyeckigen Pyramiden, aus welchen das Solidum Bzi besteht, gleich ist, und

wenn

wenn man diese Größe integrirt, so findet man $\frac{a}{2b}$ ſ. $y^2\,dx$ für die Größe des kleinen Solidums, welches bey der Neigung des Schiffes sich aus dem Wasser erhebt, und welches eins der gesuchten Dinge war.

§. 5.

Da es nun ferner aus der Mechanik bekannt ist, daß der Schwerpunct eines Dreyecks auf $\frac{2}{3}$ seiner Höhe, von der Spitze desselben angerechnet, oder auf $\frac{2}{3}y$ fällt, so erhält man das Moment dieser kleinen Pyramide, wenn man das so eben gefundene Element $\frac{a}{2b}y^2\,dx$ durch $\frac{2}{3}y$ multiplicirt; folglich ist $\frac{a}{2b}y^2\,dx \times \frac{2}{3}y$ $= \frac{a}{3b}y^3\,dx$ dem Momente dieser kleinen

Pyra-

Pyramide in Hinsicht auf den Punct z gleich. Also auch das Integral desselben, oder $\frac{a}{3b}$ f. $y^3\,dx$ wird gleich dem Momente des kleinen Solidums Bzf seyn müssen. Endlich, wenn man nach bekannten mechanischen Grundsätzen das Integral dieser Momente durch die Summe aller kleinen dreyeckigten Prismen dividirt, so giebt der

Quotient $\dfrac{\frac{a}{3b}\text{f. } y^3\,dx}{\frac{a}{2b}\text{f. } y^2\,dx} = \dfrac{2\text{ f. } y^3\,dx}{3\text{ f. } y^2\,dx}$ die

Entfernung zi des Punctes z vom Schwerpuncte i des kleinen Solidums Bzf an. Da nun beyde Seiten des Schiffes gleich sind, so kann man zi nur verdoppeln, und man erhält alsdann $\dfrac{4\text{ f. } y^3\,dx}{3\text{ f. } y^2\,dx}$ für die Entfernung hi der beyden Schwerpuncte der kleinen Körper Bzf und Aze. Da man nun den körperlichen Inhalt des kleinen Solidums Bzf $= \frac{a}{2b} \int. y^2 dx$ und die Entfernung der beyden Schwerpuncte hi $= \frac{4 \int. y^3 dx}{3 \int. y^2 dx}$ kennet, und wenn die Solidität des untergetauchten Theils ACB, die wir schon in unserm practisch-theoretischem Handbuche zu finden gelehrt, gleich p gesetzt wird, so hat man:

$$p : \frac{a}{2b} \int. y^2 dx = \frac{4 \int. y^3 dx}{3 \int. y^2 dx} : \frac{2 a \int. y^3 dx}{3 bp}$$

welches anzeigt, daß der Schwerpunct g des untergetauchten Theils edCf von dem Schwerpuncte des Theils ACB in horizontaler Lage um $\frac{2 a \int. y^3 dx}{3 bp}$ entfernt seyn müsse. Wenn man ferner erwägt, daß das kleine Dreyeck Ggn, welches durch die Entfernung der Schwerpuncte Gg und durch die beyden Linien Gr und gs, welche

welche die Richtungen des Wasserdrucks in beyden Lagen des Schiffes anzeigen, formirt wird, dem kleinen △ Bzf ähnlich ist, weil alle drey Seiten des Einen senkrecht auf den Seiten des Andern stehen, so hat man noch folgendes Verhältniß:

$$\begin{array}{cccc} Bx : & Bz = & Gg : & Gn, \quad \text{oder} \\ = & = & = & = \\ a \;:\; & b = & \dfrac{2\,a\,\text{ſ}.\,y^3\,dx}{3\,bp} : & \dfrac{2\,\text{ſ}.\,y^3\,dx}{3\,p}, \end{array}$$

welcher letzte Ausdruck die Höhe des Metacentrums über dem Schwerpuncte G des untergetauchten Theils des Schiffes anzeigt. Es ist nicht schwer, den Werth des Integrols $\text{ſ}.\,y^3\,dx$ zu finden. Denn man nehme z. B. an, daß die Durchschnittsfläche des Schiffes bey der Wasserlinie 80 Fuß lang sey, und daß die halben Breiten derselben, von vorne an gerechnet, von 10 zu 10 Fuß Entfernung folgendermaßen gemessen, nemlich: 1 Fuß, 8, 11, 12, 13½, 12, 11, 9 und 8, so läßt sich leicht, nach dem, was in unserm theoretisch-practischem Handbuche über die Bestimmung eines solchen Flächeninhalts gezeigt worden, das Integral von ſ. $y^3 dx$ finden; denn man kann nur die neun Kubi von y^3, nemlich 1, 512, 1331, 1728, 2460, 1728, 1331, 729 und 512, so in eine Summe bringen, daß nemlich alle Glieder addirt, außer dem Ersten und dem Letzten, von welchem man bloß die Hälfte nehmen muß, und dann diese Summe mit 10 Fuß, dem Abstande von einer halben Breite zur andern, zu multipliciren, wodurch man das Product 100760 erhält. Endlich dividirt man ⅔ dieses Products durch die Solidität des untergetauchten Theils des Schiffes, die wir mit p bezeichnet haben, so findet man Gn, die gesuchte Höhe des

Meta-

Metacentrums n über dem Schwerpuncte G des untergetauchten Theils des Schiffes.

§. 6.

Wenn man das Gewicht und den Schwerpunct des ganzen Schiffs bestimmen will, so kann das Schiff nicht als ein geometrischer Körper, der aus homogenen Theilen besteht, angesehen werden, noch dessen Gewicht, als abgeleitet aus der von demselben aus der Stelle gepreßten Wassermasse betrachtet werden; sondern hier muß das Gewicht desselben aus allen seinen heterogenen Bestandtheilen abgeleitet und gefolgert werden. Diese, dem ersten Anscheine nach, ungeheure Arbeit, kann in der That sehr abschreckend scheinen, aber bey einer nähern Untersuchung wird man bald finden, daß sie bloß etwas langwierig, aber keinesweges schwer seyn kann; denn alle Theile eines Schiffes,

das

das man zu erbauen sich vornimmt, sind gezählt; ihre verschiedenen Dimensionen sind bestimmt, und jeder, der nur eine mittelmäßige Kenntniß der Anfangsgründe der Geometrie besitzt, wird ohne alle Schwierigkeit, so wohl den körperlichen Inhalt, als auch das Gewicht dieser Stücke leicht berechnen können. Er kann alle diejenigen, welche von einer Gattung sind, unter eine Summe nehmen; alle Balken z. B. unter eine Rubrik bringen, und zugleich den körperlichen Inhalt aller Spanten und des Plankenumschlags berechnen, und auf diese Art ein Problem, das zur Vervollkomnung der Schiffsbaukunst vielleicht mehr, als irgend ein Anderes beytragen möchte, mit der größten Leichtigkeit auflösen.

§. 7.

Wir wollen diese Sache durch ein Beyspiel zu erläutern suchen. Gesetzt ein

Schiff,

Schiff, das man construiren wollte, sollte 80 Fuß Kiellänge und 25 Fuß größte Weite haben, der Kiel desselben habe einen körperlichen Inhalt von 90 Fuß, das Kielschwein $29\frac{2}{3}$ Fuß. Der Hinterståven sey 11 Kubikfuß, das Krumholz, welches dies Stück mit dem Kiel verbindet, sey 9 Fuß, der Heckbalken $26\frac{1}{4}$ Fuß. Der Vorderståven 25 Kubikfuß, der Binnenståven desselben $11\frac{2}{3}$ Kubikfuß, acht Auflanger in der Bog, 99 Kubikfuß. Endlich 58 Spanten, die 52 Fuß mittlern Umfang, einen Fuß mittlere Breite und einen halben Fuß mittlere Dicke haben, geben zusammen 1508 Kubikfuß körperlichen Inhalt. Rechnet man hierzu noch 167 Kubikfuß für die Krumhölzer und kleinen Spanten auf dem Hinterståven u. s. f., so ergiebt sich ein körperlicher Inhalt von 2005 Kubikfuß, welches denn der körperliche Inhalt des Holzes im Schiffe ist,

wenn

wenn es in seinen Spanten steht, ohne seine Balken und Plankenumschlag mitgerechnet. Nimmt man nun an, daß der Cubikfuß Eichenholz 66 Pfund wiegt, so ist das Gewicht dieser 2005 Fuß gleich 132,330 Pfund. Addirt man hierzu noch 2029 Pfund Eisen für Bolten und Nägel, deren Gewicht man stets kennt, so erhält man ein Gewicht von 134,359 Pfund für das Ganze. Fährt man auf diese Art fort, die Solidität aller Bestandtheile des Schiffes zu berechnen, so kann man das Gewicht desselben in jeder Lage bestimmen. Ohne mich weiter in dies Detail einzulassen, will ich bloß anzeigen, daß das Gewicht dieses Schiffes, ohne seine Bemastung, ohngefähr 69 Lasten, jede zu 4000 Pfund gerechnet, ausmachen wird.

§. 8.

Da man nun das Gewicht nebst der Stelle aller dieser Bestandtheile des Schifses weiß, so kann man auch leicht den gemeinsamen Schwerpunct derselben bestimmen. Den aus der Mechanik weiß man, daß der Schwerpunct eines Systems verschiedner mit einander verbundener Körper gefunden wird, wenn man die Momente aller dieser Körper in Hinsicht auf einen willkührlich angenommnen Punct, durch die Summe ihrer Gewichte dividirt. Wenn man also die besondre Höhe des Schwerpuncts eines jeden dieser Bestandtheile über dem Kiele mit dem besondern Gewichte desselben multiplicirt, alle diese einzelnen Momente addirt und ihre Summe durch das ganze Gewicht des Schiffes dividirt, so erhält man die Höhe des Schwerpuncts des Schiffes über dem Kiel desselben.

§. 9.

Das vierte Erforderniß, oder den Schwerpunct des untergetauchten Theils des Schiffes zu bestimmen, haben wir in unserm practisch-theoretischen Handbuche gelehrt, und wir wollen hier blos so viel davon sagen, daß man, um die Höhe dieses Schwerpuncts zu bestimmen, den untergetauchten Theil des Schiffes durch horizontal Durchschnitte in Parallelopipeden theilt, das Gewicht eines jeden Parallelopipedums mit der Höhe desselben über dem Kiele multiplicirt und die Summe aller dieser Momente durch die Summe ihrer Gewichte, das ist, durch das Gewicht des ganzen Schiffes dividirt.

§. 10.

Nachdem nun alle diese Vordersätze mit hinlänglicher Genauigkeit bestimmt worden, läßt es sich auch sehr gut untersuchen, ob das Schiff, das man sich zu construiren vorgesetzt, eine hinlängliche Stabilität habe, oder nicht. Denn man braucht,

wie

wie oben schon gesagt, nur zur untersuchen, ob, wenn P das Gewicht des Schiffes bezeichnet, $P \times Gg$ größer, oder kleiner, als $P \times mG$ sey; denn im erstern Falle wird das Schiff eine hinlängliche, im letztern aber eine nicht hinlängliche Stabilität haben. Aus dem Anblicke der gefundenen Formel $\frac{2}{3} \frac{\text{f. } y^3 dx}{P}$ erhellet, daß die Stabilitäten der Schiffe sich direct, wie die Kubi ihrer Breiten in der Wasserlinie verhalten müssen, welches ein leichtes Mittel an die Hand giebt, um die Stabilitäten der Schiffe mit einander zu vergleichen.

Zweyter Abschnitt.

Von den Vibrationen, oder der drehenden Bewegung der Rose des Seecompasses.

§. 11.

Da noch kein Schriftsteller diesen Gegenstand theoretisch behandelt, und die Mathematik bis jetzt noch auf den Seecompaß nicht angewendet worden ist; so wird man es mir hoffentlich verzeihen, wenn ich denselben hier zum Gegenstand meiner Betrachtungen mache, und mich daher genötiget sehe, mit dem Grundbegriffe der drehenden Bewegung anzufangen.

§. 12.

Wenn demnach die steife Linie CA Fig. 2. auf einer horizontalen Ebene um den Punct C beweglich ist, und an derselben ein Körper B befestiget, der, wegen der horizontalen Lage der Stange, als ohne Schwere angesehen werden kann, und an dem Puncte A eine Kraft m, in der Richtung DA wirket, und man frägt, was für eine Geschwindigkeit B durch den Stoß von m erhält, so kann CA als ein Hebel angesehen werden, und man kann sich in B, statt dieses Körpers eine Kraft n denken, welche nach der Richtung BE der DA grade entgegenwirket, und man hat nach mechanischen Gründen $n \times CB = AC \times m$, und daher $n = \frac{AC}{BC} \times m$.

Da also die Kraft m bey A in B einer Kraft $m \frac{AC}{BC}$ das Gleichgewicht hält, so

ist

ist die in B übergetragene Wirkung von m auch $= m \times \frac{AC}{BC}$. Man kann sich also vorstellen, daß, statt der Kraft m in A, auf den Körper B, in der Richtung EB, eine andre Kraft $m \times \frac{AC}{BC}$ wirket. Diese Kraft muß nun der Masse B eine Geschwindigkeit geben, die man erhält, wenn man die Kraft durch die Masse B dividirt, welches aus den ersten Anfangsgründen der Mechanik bekannt genug ist, also die Geschwindigkeit $Bb = \frac{mCA}{B.CB}$. Nun unterspannet aber der Bogen Bb einen gewissen $\angle$ BCb, den man findet, wenn man eine willkührliche Länge CF für die Einheit annimmt, und man hat:

$$CB : CF = Bb : Ff, \text{ oder}$$

$$CB : 1 = \frac{m.CA}{B.CB} : Ff, \text{ also ist}$$

m. CA

$\frac{m. CA}{B. CB^2} = Ff$, gleich der Winkelgeschwindigkeit, die der Körper B in der Einheit der Zeit erhalten muß.

§. 13.

Befestigt man nun in A, wo die Kraft wirket, einen Körper, der sich zum Körper B verhält, wie CB^2 zu CA^2, und nimmt B weg, so entsteht durch die Kraft m die nemliche Winkelgeschwindigkeit, als vorher, da B noch an der Stange befestigt war. Denn nennt man den neuen in A anzubringenden Körper A und setzt $CA^2 : CB^2 = B : A$, so ist $A = B. \frac{CB^2}{CA^2}$. Wird nun die Kraft m durch diese Masse dividirt, so hat man die Geschwindigkeit oder $Aa = m : \frac{B. CB^2}{CA^2} = \frac{m. CA^2}{B. CB^2}$. Setzt man nun das Verhältniß an

$$AC : FC = Aa : Ff,$$ oder

$$AC : 1 = \frac{m.CA^2}{B.CB^2} : Ff,$$ so ist

$$Ff = \frac{m.CA}{B.CB^2},$$ welches die nemliche Geschwindigkeit ist, die wir vorher gefunden haben.

§. 14.

Man sieht hieraus, daß die Winkelgeschwindigkeit die nemliche bleibt, wenn man, anstatt eines Körpers, der nicht in dem Puncte, wo die Kraft wirkt, angebracht ist, einen andern im Puncte, wo die Kraft wirkt, anbringt, der sich zu dem weggenommenen umgekehrt verhält, wie die Quadrate ihrer Entfernungen von dem festen Puncte, um welchen sich die Stange dreht. Wir halten es beynahe für überflüssig zu bemerken, daß, wenn mehrere Körper

Körper an der Stange befestigt sind, das Obige von jedem derselben gelten müsse.

§. 15.

Ist nun KL Fig. 3. eine senkrechte Achse, um welche die Körper B, G, E, welche vermittelst steifer unschwerer Stangen an derselben befestigt sind, sich drehen, und R die senkrecht wirkende Kraft am Puncte A, so ist auch hier nach dem oben Bewiesenen

$$Aa = \frac{R : B.CB^2 + G.GC^2 + E.CE^2}{AC^2},$$

oder

$$Aa = \frac{R.AC^2}{B.CB^2 + G.GC^2 + E.CE^2}.$$

Ist nun CF die bestimmte Einheit, so beschreibt F den Bogen Ff, indeß der Punct A den ähnlichen Bogen Aa beschreibt, und man hat $AC : FC = Aa : Ff$, also $Ff = \frac{FC.\,Aa}{AC}$ und da $FC = 1$, so ist $Ff = \frac{Aa}{AC}$ und bey kleinen Winkeln $=$ tangant $<$ ACa, oder, wenn man statt Aa den bereits gefundnen Werth setzt,

$$Ff = \frac{R.\,AC^2}{B.\,CB^2 + G.\,CG^2 + E.\,CE^2} : AC,$$

$$\text{oder } Ff = \frac{R.\,AC}{B.\,CB^2 + G.\,CG^2 + E.\,CE^2}.$$

§. 16.

Um diese Vordersätze nun auf die drehende Bewegung der Compaßrose anzuwenden, stelle in Fig. 4. der große Kreis den Umfang der Windrose vor, der Raum zwischen den unendlich nahe liegenden concentrischen Kreisen der Rose habe eine Masse, die wir m nennen wollen, oder m, m′, m″, m‴ u. s. w. C sey der feste Punct, um welchen die Windrose beweglich ist, so muß man sich den Penn als durch C gehend vorstellen, der hier das nemliche leistet, was in der vorhergehenden Figur die Achse KL bezweckte. Man hat also auch hier für die Winkelgeschwindigkeit, oder für

$$Ff = \frac{R. AC}{m. aC^2 + m'. bC^2 + m''. dC^2}$$

u. s. w. Alles, worauf es nun hier ankömmt, ist $aC^2 + bC^2 + dC^2$ u. s. w. zu bestimmen.

§. 17.

Bey einigem Nachdenken wird man bald einsehen, daß die Halbmesser dieser concentrischen Kreise, nemlich aC, bC u. s. w., die einander unendlich nahe angenommen, und deren Flächeninhalt nichts anders, als derjenige der Windrose selbst ist, vom Mittelpuncte C an in einer arithmetischen Progression 0, 1, 2, 3 u. s. w. anwachsen; folglich muß die Summe der Quadrate $aC^2 + bC^2$ u. s. w. der Summe der Quadrate der natürlichen Zahlen von 0 an gleich seyn. Nun ist aber diese letztre Summe gleich dem Inhalte einer Pyramide, deren Basis gleich dem Quadrate der größten Zahl dieser Reihe; folglich ist, wenn R die bewegende Kraft ist,

$$Ff = \frac{R.\,AC}{m.\,aC^2 + m'.\,bC^2 + m''.\,dC^2} \text{ u.}$$

$$\text{s. w.} = \frac{R.\,AC}{\frac{1}{3}\,AC^3.\,p} = R : \tfrac{1}{3}\,AC^2.\,p$$

$$= \frac{3\,R}{pAC^2},$$ welches denn die Bewegung der Windrose in der Einheit der Zeit seyn muß, wenn p das Gewicht derselben bezeichnet.

Aus dieser gefundnen Formel lassen sich nun sehr leicht die Folgerungen ziehen, nemlich: daß sich die Drehungen der Wind-

rose

rose direct, wie die stoßenden Kräfte, und umgekehrt, wie ihre Schweren, multiplicirt in die Quadrate ihrer Halbmesser verhalten müssen.

Theorie der oscillatorischen, oder schwingenden Bewegung der Büchse des Seecompasses.

§. 18.

Die Beschreibung der Compasbüchse, so wie auch die Art und Weise, wie dieselbe vermittelst zweyer Ringe, oder Bügel aufgehängt wird, damit dieselbe zwey verschiedne Arten von Schwingungen erhalte, werden meine Leser mir um so eher erlassen, da dies Werkzeug in einer jeden Encyklopädie nach allen seinen Theilen auf das Genaueste beschrieben ist. Die Kenntniß

niß des Werkzeugs, wie auch die schwingende Bewegung der Büchse, in welcher die Windrose befindlich, um eine Achse, die durch den Mittelpunct der Fläche der Windrose geht, setze ich demnach als bekannt voraus.

§. 19.

Wenn also MN Fig. 5. diese horizontale Achse, um welche die cylindrische hohle Büchse ihre Schwingungen verrichtet, vorstellet, $bc = r$ den Halbmesser der innern, R denjenigen der äußern Kreisfläche der Büchse und $ac = x$ einen beliebigen Theil der Tiefe derselben, so ist jeder mit bi paralleler Durchschnitt der Büchse ein Kreis, dessen Halbmesser $= r$. Ist nun $1 : p$ das Verhältniß des Durchmessers zum Umkreise, so ist die Fläche eines jeden solchen Durchschnitts $= r^2 p$ und das Schwingungs- oder Dre-

hungs-

hungs-Moment einer unendlich dünnen Scheibe, deren Dicke dx, wenn die Einheit der Masse derselben $= m$ ist

$S.\, r^2 mpx^2 dx = mr^2 p\, S.\, x^2 dx = \frac{mr^2 px^3}{3}$, und wenn x oder $ac = \frac{1}{2} ct = \frac{1}{2} h$ wird, $= \frac{mpr^2 . \frac{1}{8} h^3}{3} = \frac{mpr^2 h^3}{24}$

Da nun die untere Hälfte der Büchse vollkommen gleich der obern Hälfte derselben, so ist das ganze Schwingungsmoment des innern Cylinders gleich $2 \times \frac{mpr^2 h^3}{24} = \frac{mpr^2 h^3}{12}$; folglich das Moment des ausgehölten Cylinders $\frac{mpR^2 h^3}{12}$

$- \frac{mpr^2 h^3}{12} = \frac{mph^3}{12} (R^2 - r^2) = \frac{h^2}{12} . mph (R^2 - r^2)$, wo $mph (R^2 - r^2)$ die Masse des hohlen Cylinders anzeigt.

§. 20.

§. 20.

Ist nun ferner fh ein verticaler Durchschnitt der Büchse, der mit der Schwingungsachse MN parallel und in der Entfernung ag = do = z von ct, so erhellet aus der Natur des Kreises, daß df = $\sqrt{}$ ($r^2 - z^2$) und fe = 2df = 2$\sqrt{}$ ($r^2 - z^2$) seyn muß, und da auch he = ct = h, so ist der Flächeninhalt des Parallelograms fh = 2h. $\sqrt{}$ ($r^2 - z^2$). Bezeichnet nun ferner dz die Dicke einer unendlich dünnen Scheibe, deren Grundfläche fh ist, so ist das Schwingungsmoment derselben S. 2hz²dz. $\sqrt{}$ ($r^2 - z^2$), dessen Integral man also findet:

Man sieht leicht, daß dz $(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}}$ das Differential des Zirkel-Segments cdfk ist, also S. dz $(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}}$ = Segment cdfk. Nun sey S. z²dz $(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}}$ =

Az

$Az(r^2 - z^2)^{\frac{3}{2}} + QS.\ dz(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}}$.

Man diffenrenzire beyderseits, so hat man

$$z^2 dz(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}} = Adz(r^2 - z^2)^{\frac{3}{2}} - 3Az^2(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}}dz + Qdz(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Alles durch $(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}}dz$ dividirt, so ist

$z^2 = A(r^2 - z^2) - 3Az^2 + Q$, oder

$z^2 = Ar^2 - Az^2 - 3Az^2 + Q$, oder

$z^2 = Ar^2 - 4Az^2 + Q$, oder

$1.z^2 + 0 = -4Az^2 + (Ar^2 + Q)$.

Soll nun diese Gleichung identisch seyn, so muß $1 = -4A$ und $0 = Ar^2 + Q$ seyn. Aus der ersten erhält man $A = -\frac{1}{4}$, und diesen Werth in die zweyte gesetzt, $0 = -\frac{1}{4}r^2 + Q$, oder $Q = -\frac{1}{4}r^2$. Diese Werthe in der Gleichung substituirt, so erhält man:

$$S.\ z^2 dz(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{4}z(r^2 - z^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{4}r^2.$$

$\frac{1}{4}r^2.\ S.\ dz(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{4}z\,(r^2 - z^2)^{\frac{3}{2}}$ $+\ \frac{1}{4}r^2 \times$ Segment dk, und $2h\ S.\ z^2 dz$ $(r^2 - z^2)^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}hz\,(r^2 - z^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}hr^2$ $\times$ Segment dk.

Nimmt nun z zu, bis endlich $z = bc$ $= r$ wird, so verschwindet $r^2 - z^2 = 0$, samt Allem, womit es multiplicirt ist, und das Segment dk wird zum Quadranten $ckb = \frac{1}{4}r^2p$, und man hat in diesem Falle $2h\ S.\ z^2dz\,(r^2 - z^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2}hr^2$ $\times \frac{1}{4}r^2p = \frac{1}{8}phr^4$, wird dies mit der Masse Einheit m multiplicirt, so erhält man für die eine Hälfte $\frac{1}{8}mphr^4$. Da nun die andre Hälfte des Cylinders genau eben so beschaffen ist, so ist das ganze Schwingungsmoment doppelt so groß, also $= \frac{1}{4}mphr^4$. Dasjenige des äussern Cylinders aber ist $\frac{1}{4}mphR^4$, also muß das Moment der hohlen Büchse $\frac{1}{4}mphR^4 -$ $\frac{1}{4}mphr^4$

$\frac{1}{4}mphr^4$ seyn, oder $\frac{1}{4}mph\,(R^4 - r^4) = \frac{1}{4}mph\,(R^2 - r^2).\,(R^2 + r^2)$, wo wiederum $mph\,(R^2 - r^2)$ die Masse der hohlen Büchse ist. Das erste oben gefundne Schwingungsmoment war $\frac{h^3}{12}mp\,(R^2 - r^2)$; folglich das ganze Schwingungsmoment der Büchse um NM gleich $\frac{h^3}{12}mp\,(R^2 - r^2) \times mph\,(R^2 - r^2) \times \frac{1}{4}\,(R^2 + r^2)$.

§. 20.

Da nun ferner aus der Pendellehre bekannt ist, daß die Entfernung des Schwingepunctes vom Schwerpuncte gleich dem Schwingungsmomente, dividirt durch das statische Moment seyn muß, und da der Schwerpunct der Büchse a in der Mitte von ct liegt, so ist dessen Entfernung von der Schwingungsachse $MN = \frac{1}{2}h$, und also das statische Moment der Büchse gleich $\frac{1}{2}h \times mph\,(R^2 - r^2)$ und folglich die Entfernung des Schwingepunctes vom Schwerpuncte derselben, oder wenn W den Schwingungspunct bezeichnet, $aW =$

$$\frac{\frac{h^3 mp}{12}(R^2 - r^2) + \frac{1}{4}hmp\,(R^2 - r^2).(R^2 + r^2),}{\frac{1}{2}mph^2\,(R^2 - r^2)}$$

oder $aW = \dfrac{\frac{h^2}{12} + \frac{1}{4}(R^2 + r^2),}{\frac{1}{2}h}$ oder

$aW = \frac{1}{6}h + \frac{1}{2}\,\dfrac{(R^2 + r^2)}{h}$. Da nun aber $ac = \frac{1}{2}h$, so ist auch $cW = ac + aW$, oder $= \frac{1}{2}h + \frac{1}{6}h + \dfrac{\frac{1}{2}(R^2 + r^2),}{h}$ oder $= \frac{2}{3}h + \dfrac{\frac{1}{2}(R^2 + r^2)}{h}$. Dieser Ausdruck ist also gleich der Länge eines einfachen Pendels, dessen Schwingungen gleichzeitig mit den Schwingungen der Büchse seyn müssen.

§. 21.

§. 21.

Ist nun die Compaßbüchse, wie gewöhnlich, eine hölzerne, deren äußerer Durchmesser = 10 Zoll = 2 R, deren innerer, oder 2 r = 8 Zoll und deren Tiefe = 9 Zoll, so ist, wenn man diese Werthe in der letztern Formel gehörig substituirt, $cW = \frac{2}{3} . 9 + \frac{\frac{1}{2}(5^2 + 4^2)}{9}$, oder $cW = 6 + 2, 27 = 8, 27$ Zoll. Da nun ferner die Anzahlen der Schwingungen, nach der Pendellehre, sich umgekehrt, wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen verhalten, und die Länge des Secunden-Pendels in unsern Gegenden = 38 Zoll Rheinländisch, so hat man folgendes Verhältniß:

$$\sqrt{8,27} : \sqrt{38} = 1' : x'', \text{ oder}$$

$$2,87 : 6,16 = 1 : x, \text{ also auch}$$

$x = \frac{6,16 \times 1}{2,87}$, oder $x = 2, 1$; folglich macht eine solche Compaßbüchse $2\frac{1}{10}$ Schwingungen in jeder Secunde.

§. 22.

Aus der gefundenen Formel $cW = \frac{2}{3}h + \frac{\frac{1}{2}(R^2 + r^2)}{h}$ sieht man deutlich, daß das gleichzeitige, einfache Pendel cW desto länger werden muß, je größer h, oder die Tiefe der Büchse ist, und um je schwerer die Büchse selbst ist, weil auch dadurch der Schwerpunct derselben, oder a tiefer unter die Schwingungsachse MN gebracht wird. Daher wird denn das gleichzeitige Pendel länger und dadurch die Schwingungen der Büchse langsamer, welches bey den heftigen Schwankungen des Schiffes in stürmischem Wetter der Hauptzweck ist, den man zu erreichen suchen sollte. In wie ferne unsre gewöhnlichen Seecompasse diesem nothwendigen

Zwecke entsprechen, wird jeder Sachkenner leicht einsehen, wenn er nur einen einzigen zu untersuchen sich die Mühe geben will. Im Vorbeygehn muß ich hier bemerken, daß es traurig ist, daß man dies feine Instrument, diesen einzigen Führer des Seemanns, so, ohne alle Einschränkung noch fast überall, unwissenden Menschen zu verfertigen und zu berichtigen anvertrauet, deren Sache nichts weniger ist, als solche Instrumente untersuchen zu können, von deren Theorie sie nicht den mindesten Begriff haben.

Dritter Abschnitt.

Die Theorie des Wasserstoßes verglichen mit der Erfahrung.

§. 22.

Nach der bisher allgemein angenommenen Theorie über den Wasserstoß hängt derselbe ab: 1) von der Dichtigkeit des Fluidums, in welchem ein Körper bewegt wird, 2) von der Größe der dem Laufe des Fluidums ausgesetzten Fläche, 3) von dem Quadrate der Geschwindigkeit des Körpers und 4) von dem Quadrate des Sinus des Einfallswinkels, welcher Letztre von der Figur des bewegten Körpers abhängt. Die drey erstern Gesetze werden durch

durch die mit der äussersten Sorgfalt und großem Kostenaufwande angestellten Versuche von Borda, Condorcet, Bossut und D'Alembert bestätiget; allein die letztere Hypothese weicht, vorzüglich bey kleinen Einfallswinkeln, sehr von der Erfahrung ab. Um nun diese Hypothese an der Erfahrung prüfen zu können, müssen wir die angestellten Versuche mit der bisher angenommnen Hypothese zu vergleichen, und dadurch uns zu überzeugen suchen, ob in der Natur ein solches Gesetz vorhanden, oder ob die Größe dieses Stoßes vielleicht von einer andern Potenz des Sinus des Einfallswinkels abhangen könne. —

§. 23.

Es sey zu diesem Endzwecke in Fig. 6. ADB der Durchschnitt eines Körpers Vordertheils, der sich im Wasser nach der

Richtung QD bewegt, und AD = DB, so leidet nach der Hypothese die Seite AD einen senkrechten Stoß, nach der Richtung FE, daß, wenn man den Stoß, den die halbe Basis AQ, wenn sie mit derselben Geschwindigkeit bewegt würde, in senkrechter Richtung leidet, R nennet, dieser Stoß nach FE =

$$R \times \frac{AD \times \text{Sin. } ADQ^2}{AQ \times \text{Rad}:^2}, \text{ oder da } \frac{AQ}{AD} =$$

Sinus ADQ, $FE = R \times \frac{AD \times AQ^2}{AQ \times AD^2}$

$= R \times \frac{AQ}{AD}$, und für die andre Seite

ist ebenfals $fe = R \times \frac{BQ}{BD} = R \times \frac{AQ}{AD}$.

Zerlegt man nun die beyden Kräfte FE und fe, welche beyde gleich sind, jede in zwey andre, nemlich FE in FH und FK, und fe in fh und fk, nemlich eine senkrecht auf und die andre parallel mit AB,

so

so ist es einleuchtend, daß die beyden gleichen, entgegengesetzten Kräfte FK und fk sich aufheben müssen, und daß nur eine Kraft, die gleich $FH + fh = 2\,FH$ auf den Triangel wirken könne. Nun aber ist, wegen der ähnlichen Dreyecke FEH und ADQ $FE : FH = AD : AQ$ und daher $FH = FE \times \frac{AQ}{AD}$, also $2\,FH = 2\,FE \times \frac{AQ}{AD}$. Nun war aber $FE = R \times \frac{AQ}{AD}$, also $2\,FH = 2\,R \times \frac{AQ^2}{AD^2}$. Bezeichnet man nun die Kraft 2 FH mit p, und den graden Stoß, den die ganze Basis AB, mit derselben Geschwindigkeit bewegt, leiden würde, mit P, so ist $p = P \times \frac{AQ^2}{AD^2}$. Vergleicht man nun den Werth der Formel oder p mit den Versuchen der benannten Akademiker, so giebt die Theorie für p = 19, 20 Marc, und die Erfahrung 20, 18 Marc, nemlich diese Versuche wurden mit zwey Modellen in einem großen Canale, durch Gewichte gezogen, angestellt; des einen Models Durchschnitt hatte die Figur ABNM, des andern MADBN, AB war 2 Fuß, DQ = 6 Zoll, die Wasserlinie in beyden 1 Fuß hoch und der Modelle Tiefe 18 Zoll.

Die übrigen Resultate, indem DQ verändert wurde, und die ich hier anzuführen übergehe, stimmen alle nicht mit der Hypothese.

§. 24.

Da nun der Wasserstoß sich nicht nach dem quadrirten Sinus des Einfallswinkels richtet, so laßt uns versuchen, ob nicht irgend eine andre Potenz des Sinus damit übereinstimmt. Man nehme also an,

daß

daß anstatt Kraft $FE =$

$R \times \frac{AD.\ \text{Sin.}\ ADQ^2}{AQ.\ Rad^2}$ im allgemeinen FE

$= R \times \frac{AD.\ \text{Sin.}\ (ADQ)^x}{AQ.\ (Rad)^x}$ sey, wo x ein unbestimmter Exponent ist, der gefunden werden muß. Man hat demnach $FE =$

$R \times \frac{AD.\ AQ^x}{AQ \times AD^x} = R \times \frac{AQ^{x-1}}{AD^{x-1}}$ und

daher ebenfals $p = P \times \frac{AQ^{x-1}}{AD^{x-1}} \times \frac{AQ}{AD}$

$= P \times \frac{AQ^x}{AD^x}$ und ferner $p.\ AD^x = P$

$\times AQ^x$, oder $\frac{AD^x}{AQ^x} = \frac{P}{p}$, oder durch Logarithmen $\text{Log.}\ AD^x - \text{Log.}\ AQ^x = \text{Log.}\ P - \text{Log.}\ p$ und $x\ (\text{Log.}\ AD - \text{Log.}\ AQ) = \text{Log.}\ P - \text{Log.}\ p$; folglich

$\frac{\text{Log.}\ P - \text{Log.}\ p}{\text{Log.}\ AD - \text{Log.}\ AQ} = x$. Dieser Exponent des Sinus des Einfallswinkels muß

nun

nun eine beständige Größe seyn, wenn anders der Stoß sich nach einer Potenz des Sinus desselben richten soll.

§. 25.

Legt man nun die genauen Versuche dieser Akademiker zum Grunde, so ergiebt sich aus diesen, daß, wenn der Körper, dessen Durchschnitt ABNM ist, durchs Wasser gezogen wurde mit einem Gewicht P = 20 Marc, dieser Körper einen Raum von 50 Fuß in 46, 83 halben Secunden durchlief, der Körper, dessen Durchschnitt MADBN, durchlief diese 50 Fuß, von demselben Gewichte gezogen, in 43, 5 halben Secunden, wenn DQ = 6 Zoll war. Da nun die Erfahrung das Gesetz bestätiget, daß die Quadrate der Geschwindigkeiten sich wie die Resistenzen verhalten, so hat man

$$\left(\frac{50}{43,5}\right)^2 : \left(\frac{50}{46,83}\right)^2 = 20 \text{ Marc} : p,$$

oder

$$2\,\text{Log.}\left(\frac{50}{43,5}\right) : 2\left(\frac{\text{Log.}\,50}{46,83}\right) = \text{Log.}\,20 :$$

Log. p, oder

$$3,39794 - 3,27698 : 339794 - 334104$$
$$= \text{Log.}\,20 : \text{Log.}\,p, \text{ oder}$$
$$0,12086 : 0,05690 = 130103 : \text{Log.}\,p$$

$$\begin{array}{r} 1,30103 \\ \hline 1,35793 \\ -\,0,12086 \\ \hline \end{array}$$

Log. 1,23707 von 17, 26 = p.

Substituirt man nun in der gefundenen Formel $x = \frac{\text{Log.}\,P - \text{Log.}\,p}{\text{Log.}\,AD - \text{Log.}\,AQ}$ die Werthe für P, p und den Werth für AD $= \sqrt{(DQ^2 + AQ^2)} = 13,\ 4$, so erhält man $x = \frac{\text{Log.}\,20 - \text{Log.}\,17,\ 26}{\text{Log.}\,13,\ 4 - \text{Log.}\,12} = \frac{1,\ 30103 - 1,\ 23707}{1,\ 12710 - 107918} = \frac{0,\ 06396}{0,\ 04792}$, also $x = 1,\ 54$.

Nimmt man DQ = 12 Zoll und läßt BA unverändert, so findet man aus den angeführten Versuchen, daß ein solcher Körper den Raum von 50 Fuß, vermittelst eines Gewichtes von 20 Marc, in 38, 18 halben Secunden durchläuft, und man hat wiederum

$$\left(\frac{50}{38,18}\right)^2 : \left(\frac{50}{46,83}\right)^2 = 20 : p, \text{ und}$$

p ist nach der Berechnung = 13, 60 Marc, also

$$\frac{\text{Log. } 20 - \text{Log. } 13,6}{\text{Log. } 16,96 - \text{Log. } 12} = x, \text{ und}$$

nach der Berechnung x = 1, 114.

Nimmt man DQ = 18 Zoll, so ergiebt sich nach der Berechnung x = 0, 91. Man hat demnach

1) x = 1, 54.

2) x = 1, 114.

3) x = 0, 91.

woraus sich denn ergiebt, daß der Widerstand sich nach keiner beständigen Potenz

des

des Sinus des Einfallswinkels richten könne; und daß diese Hypothese um desto fehlerhafter seyn müsse, je kleiner die Einfallswinkel sind. — Durch die Güte meines gelehrten Freundes, des Herrn Obristlieutenant von Müller in Stade, erhielt ich die Resultate verschiedener Versuche, welche in England über diesen Gegenstand angestellt worden, deren Vergleichung mit der Theorie, die Unzulänglichkeit obiger Hypothese auf die nemliche Art ausweisen.

Vierter Abschnitt.

Den Widerstand, den ein Körper, der in einem Fluido nach der Richtung seiner Achse bewegt wird, von demselben leidet, durch eine Näherungsformel zu bestimmen.

§. 26.

Nachdem wir im Vorhergehenden die Unrichtigkeit der alten Hypothese, so deutlich wie möglich, erwiesen, so wollen wir uns jetzt bemühen den Widerstand, den ein im Fluido bewegter Körper leidet, auf eine andre Art zu bestimmen.

§. 27.

Der Irrthum, in welchen der größte Theil der Schriftsteller, welche diesen Gegenstand

genstand abgehandelt, gefallen sind, entspringt daher, daß sie bloß die Vorderseite des bewegten Körpers in Anschlag genommen haben, und den Hintertheil desselben gänzlich vernachlässiget; da doch offenbar, so bald ein Körper im Wasser bewegt wird, dieser, durch seine Bewegung, sich dem Drucke der ihm folgenden Wassertheilchen entzieht, eine Lücke im Wasser hinter sich macht, wodurch das Gleichgewicht des hydrostatischen Drucks auf dem Hinter- und Vordertheile aufgehoben und nicht mehr gleich, wie bey dem ruhenden Körper bleiben kann.

§. 28.

Um dies mit aller möglichen Deutlichkeit übersehen zu können, wollen wir einen Versuch, den Romme, diesen Gegenstand betreffend, in Frankreich gemacht, zu Hülfe nehmen. Dieser sorgfältige und

genaue

genaue Beobachter ließ ein Boot, das im Kleinen die Figur eines Seeschiffes hatte, durch Gewichte in einem Canale bewegen; in diesem Boote waren zwey Leute gestellt, welche, der Eine am Vordertheile, der Andre am Hintertheile, mit einer gebogenen Pitotschen = Röhre die Wasserhöhen in derselben, bey der Ruhe und bey der Bewegung des Boots beobachteten. Derjenige, der am Vordertheile war, und die Oeffnung der Röhre dem Wasserlaufe entgegenkehrte, fand, daß die in der Röhre enthaltene Wasserseule einen Zoll höher stand, wenn das Boot bewegt wurde, als wenn es ruhete, und der Andre am Hintertheile, der die Oeffnung der Röhre vom Wasserlaufe abwärts gekehret, fand, daß die in der Röhre enthaltene Wasserseule genau einen Zoll niedriger stand, als bey der Ruhe des Boots. Nun wurde zugleich beobachtet, daß die

Geschwindigkeit des Boots in 30 Secunden 70 Fuß war, woraus denn erhellte, daß die Höhe der Wasserseule in der Röhre die der Geschwindigkeit des Boots zugehörige Fallhöhe war; denn, wenn h diese Höhe, c die Geschwindigkeit des Boots und g die Fallhöhe in einer Secunde bedeuten, so ist, nach der bekannten Formel $\frac{c^2}{4g} = h$, und da c oder die Geschwindigkeit des Boots $= \frac{70}{30} = 2\frac{1}{3}$, so ist $h = \frac{(2\frac{1}{3})^2}{62,52} = \frac{5,44}{62,52} = 1$ Zoll beynahe. Aus diesem Versuche läßt sich nun leicht die Folgerung ziehen, daß der Wasserdruck auf ein jedes Theilchen des Vordertheils dem Drucke einer Wasserseule gleich seyn müsse, die dieses Theilchens Fläche zur Grundfläche und eine Höhe habe, die aus der Tiefe dieses Theilchens unter der Oberfläche

des

des Wassers und der Höhe einer andern Wasserseule, die der Geschwindigkeit des bewegten Boots entspricht, zusammengesetzt ist. Der Druck auf dem Hintertheile hingegen muß einer Wasserseule proportional seyn, deren Grundfläche wiederum gleich der Fläche des gedrückten Theilchens und deren Höhe gleich der Tiefe des Theilchens unter der Wasseroberfläche, weniger einer doppelten Höhe einer Seule, die der Geschwindigkeit des Boots zugehörig. Denn erstens leidet der Hintertheil einen Druck, der um die Höhe einer Seule, die der Geschwindigkeit zugehörig, vermindert ist, und zweytens wirken die dem Hintertheile folgenden Wassertheilchen nicht mehr, als mit dem Unterschiede der Geschwindigkeitshöhen auf denselben, woraus also eine doppelte Verminderung entsteht.

§. 29.

Wenn also ein Prisma Fig. 7. P nach der Richtung GH durchs Wasser bewegt wird, so kann man sich dasselbe, als aus unendlich vielen dünnen Horizontalschichten, von welchen abfc die Vorderfläche des Einen vorstellt, bestehend, denken, und ist die Tiefe der Schichte, oder des Elements abfc = p, die Breite ab = a, so ist xy = dp und des Elementsfläche = adp. Bezeichnet nun ferner K eine Function der specifischen Schwere und der Klebrichkeit des Fluidums, h die der Geschwindigkeit des bewegten Körpers entsprechende Höhe, so ist der Druck auf jedes Theilchen der Vorderfläche = p + h und derjenige auf ein gleiches Theilchen des Hintertheils ist = p — 2h; folglich der Druck auf des Elements Vorderseite gleich = Kadp (p + h) und derjenige auf das Hintertheil = Kadp (p — 2h) und weil beyde Drucke ent-

entgegensetzt sind, so ist der ganze Druck, den die horizontale Schichte leidet, Kadp $(p + h)$ — Kadp $(p - 2h)$ oder $=$ 3 Kadph, und daher auf den ganzen Körper $=$ 3 Kh f. adp.

§. 30.

Diese so eben gefundne Formel drücket aber dennoch den ganzen Widerstand des Fluidums nicht vollkommen aus, denn es ist noch zu erwägen, daß, indem der bewegte Körper das Fluidum vor sich wegtreibt, er den ihm nächstliegenden Wassertheilchen einen Stoß giebt, den diese denen ihnen nächstliegenden Theilchen mittheilen, und je mehrern dieser Theilchen dieser Stoß mitgetheilt wird, um desto leichter können diese Theilchen dem Körper ausweichen, und um desto weniger Widerstand leidet derselbe; folglich muß dieser Widerstand im umgekehrten Verhältniß der Aus-

weichung

weichung der Wassertheilchen stehen. Ist nun r irgend ein Wassertheilchen in der Vorderfläche, so kann es offenbar nach jeder Seite nach so vielen Richtungen ausweichen, als man Radien aus dem Mittelpuncte r nach den Quadranten vi und dv ziehen kann; folglich wäre der vollkommne Ausdruck des Widerstandes des Prismas $P = \frac{3}{90^\circ}$ Kh f. adp.

§. 31.

Erhält das Prisma einen spitzigen Vordertheil, so daß dvi ein Durchschnitt desselben, so ist bey der Ruhe desselben der Druck auf dr, in der Richtung senkrecht auf dr, demjenigen direct auf dr gleich; wenn nun dv unmittelbar dem Fluido ausgesetzt wäre, so wäre der Stoß, wie oben gezeigt, einer Wasserseule p + h proportional, allein hier ist er nothwendig kleiner;

denn man zerlege diesen Druck auf vd in der Richtung vt in zwey andre, von welchen der Eine auf dieser Seite senkrecht, der Andre mit derselben parallel ist; so treibt dv das Fluidum vermittelst des Erstern, und vermittelst des Zweyten gleitet er durch das Wasser. Da die Geschwindigkeit nach uv der Höhe h bey der Bewegung proportional, und wenn der Einfallswinkel mit i bezeichnet wird, so ist der Druck auf $dv = p + h \sin i^2$.

Auf der andern Seite vi ist er eben so, und der Druck auf der Vorderseite des Elementarschnittes ist $= Kadp\,(p + h.\sin i^2)$. Wenn die Hinterfläche des Prismas ungeändert bleibt, so ist der Druck gegen dieselbe, wie oben gezeigt, $= Kadp\,(p - 2\,h)$, gegen das ganze Element $Kadp\,(p + h \sin i^2) - Kadp\,(p - 2h)$ oder gleich $Kahdp\,(2 + \sin i^2)$. Nun kann sich aber das Wasser dem Stoße

nach

nach allen Richtungen, die von v in dem $< uvi$ gezogen werden können, entziehen, und $< uvi$ ist $= 180^\circ - < i$, also der

Widerstand $= \dfrac{90^\circ \text{ Kadph } (2 + \sin i^2)}{180^\circ - i}$.

§. 32.

Vergleicht man die oben angeführten Versuche mit den Resultaten dieser Näherungsformel, so findet man, daß der Unterschied so unbedeutend ist, daß er bey der practischen Ausübung kaum merkbar. Wir überlassen diese Vergleichung dem Leser und gehen lieber zur Vergleichung der alten Hypothese mit dieser Näherungsformel über, um den auffallenden Unterschied zwischen beyden zu zeigen. Es sey z. B. $ri = 12$ Fuß, $vi = 13, 9$ und die Geschwindigkeit der Bewegung in senkrechter Richtung auf $di = 5$ Fuß in einer Secunde, so ist nach der alten Theorie, wenn dk = il = 4 Fuß, der Widerstand

$$= \frac{c^2}{4g} \cdot \left(\frac{ri}{vi}\right)^2 \times dk \times di \times 50 \text{ ℔},$$

oder $\frac{25}{62,52} \times \left(\frac{12}{13,9}\right)^2 \times 4 \times 24$

$\times$ 50. = 1420 Pfund. Nach der eben gefundenen Näherungsformel ist der Widerstand $= \frac{90^\circ}{180^\circ - i} . \text{Kh. f. adp}(2 + \sin i^2)$,

oder $\frac{90^\circ}{180^\circ - 60^\circ} . 50 . \frac{25}{62,52} . 4 . 24 =$

$\frac{3}{4} . 50 . 0,4 . 96 \times (2 + \frac{3}{4}) =$

3960 Pfund.

§. 33.

Ist endlich der bewegte Körper auch hinten eben so zugespitzt, als vorne, so ist der Druck gegen das Hintertheil, wie wir oben gesehen haben, aus der ersten Ursache p — h proportional; aber hiezu kömmt noch eine zweyte. Denn, wenn cbam Fig. 8. der Durchschnitt eines Körpers ist, der sich nach cm bewegt, und dessen Hintertheil aus zwey Flächen bestehet, welche beyde eine Neigung gegen die Richtung der Bewegung haben, nemlich so wie cb gegen cm, und man setze, daß in einem Augenblicke der Körper sich in abcm befinde, und im nächstfolgenden in BASt, so wird die Seite bc des Hintertheils dadurch nach AB versetzt werden. Zerlegt man nun die Geschwindigkeit on in in parallel mit bc, und oi senkrecht auf derselben, so werden die Wassertheilchen, welche bc in der ersten Lage berührten, nun derselben auf dem kürzesten Wege oi folgen, und wenn $<$ bcm mit b bezeichnet wird, so wird die Geschwindigkeit derselben h. $\sin b^2$ proportional seyn, also wird der Druck auf dem Hintertheile noch um diese Größe vermindert. Man hat demnach für den

gesamm-

gesammten Druck der doppelt gespitzten Horizontalfläche, nemlich vorne Kadp $(p + h \sin i^2)$ und hinten hat man Kadpp — Kadph — Kadph $\sin b^2$, subtrahirt man nun Letztere von dem Erstern und setzt den Coefficienten der Leichtigkeit, womit die Wassertheilchen ausweichen, hinzu, so ist der Widerstand auf den ganzen Körper

$$\frac{90^\circ Kh\,(1 + \sin i^2 + \sin b^2)\ \text{f. adp.}}{180^\circ - i.}$$

§. 34.

Nimmt man nun an, daß in Fig. 9. ab die halbe Breite des Hauptspäntes eines wirklichen Seeschiffes in der Wasserlinie sey, bg, bi, bh die Breiten desselben von der Wasserlinie nach dem Kiel hinunter in den verschiedenen Horizontaldurchschnitten des Schiffes, bc die Länge des Vordertheils und db diejenige des

Hinter:

Hintertheils, so sind die Winkel bca, bcg, bci u. s. w. die Einfallswinkel auf dem Vordertheile, welche sich leicht berechnen lassen, indem man bc, bg u. s. w. kennt; weil tang. $< acb = \frac{ab}{bc}$, aus welchen allen man das arithmetische Mittel nimmt, wodurch man den mittlern Einfallswinkel i erhält, und eben so leicht findet man aus db, ba, bg u. s. w. den mittlern Einfallswinkel auf dem Hintertheile, den wir in der Formel mit b bezeichnet haben, und das Integral ſ. adp ist nichts anders, als der Flächeninhalt des Hauptspants. Dies leichte Mittel, um den Einfallswinkel zu bestimmen, gründet sich wiederum auf oben angeführte Versuche, indem diese deutlich dargethan, daß der Wasserstoß auf dem Bogen demjenigen der Sehne dieses nemlichen Bogens gleich sey.

§. 35.

§. 35.

Aus der Ansicht der so eben gefundnen Formel $\frac{90^\circ}{180^\circ - i}$ Kh $(1 + \sin. i^2 + \sin b^2) \times$ s. adp wird schwerlich ein Kenner den übereilten Schluß folgern, daß, um den Widerstand des Fluidums zum möglichst kleinsten zu machen, s. adp, oder die Fläche des mittlern oder Hauptspants ein absolutes Minimum seyn müsse; denn dies würde offenbar auf ein Absurdum führen, und überdies muß auch diese Fläche, einer andern guten Eigenschaft des Schiffes, nemlich der Stabilität wegen eine bedeutende Größe haben. Allein diese Fläche kann, unbeschadet dieser wichtigen Eigenschaft, der Stabilität, zum besten des Schnellsegelns, ansehnlich vermindert werden, wenn nur die Schiffsbaumeister sich bequemen wollten, ihren angeerbten Vorurtheilen, zum Besten der

Vervoll-

Vervollkommnung der Schiffsbaukunst, zu entsagen, und die Schiffsbreiten, von der Mitte nach Vorne weniger schnell abnehmen zu lassen, wodurch die Stabilität des Schiffes in Hinsicht seiner großen Achse, mehr, als durch die unnütze Vergrößerung seines Hauptspants gewinnen, die Eigenschaft des Schnellsegelns befördert, und das ganze Schiff nebenher an Raum gewinnen würde, welche letztere zufällige gute Eigenschaft bey Kauffahrern den Eigenthümern keineswegs gleichgültig seyn kann.

§. 36.

Da die Fläche des Hauptspants, oder f. adp also kein absolutes Minimum seyn kann, so muß der mittlere Einfallswinkel, oder besser gesagt, die Summe aller Einfallswinkel, oder der Bogen derselben ein Minimum werden. Zu diesem Endzwecke ziehe man zwey Linien Fig. 10. me und ez, die bey e einen rechten Winkel haben, und ziehe den Kreisbogen mz, so schließt dieser Bogen bekanntlich den kleinsten Raum mez unter allen möglichen Curven, die durch m und z gehen, aus. Wird nun der Bogen mz in unendlich viele gleiche Theile ma, ab u. s. w. getheilt, und zieht man die mit me parallelen Ordinaten ar, bn, co u. s. w., so ist der Raum mez in eine Reihe von Räumchen getheilt, die ebenfalls ein Minimum ist. Diese Reihe der Räumchen kann also sehr füglich die Reihe der verschiedenen Einfallswinkel acb, bcg, bci u. s. w. Fig. 9. vorstellen. Die beyden äussersten Ordinaten bey me und bey z sind gegeben, welche die Breiten des Hauptspants in der Wasserlinie und im Kiele repräsentiren, so wie auch beyde Einfallswinkel daselbst. Stellt man sich nun vor, daß Fig. 10. die Räumchen mare, abnr u. s. w. die Minutenzahl der verschiednen Einfallswinkel vorstellen, und ez eine Tangente des Bogens mz sey, der mit

mit der Tafeshalbmesser beschrieben, so ist jede Ordinate bn gleich Sinus versus des Bogens bz, oder, wenn $bz = R$, so ist $bn = 1 - \text{Cos. } R = 2 \sin \frac{1}{2} R^2$. Nun aber repräsentiren die kleinen Räumchen mare, abnr u. s. w. die Einfallswinkel auf jeden Horizontalschnitt des Schiffes; also können diese Räume, der eine durch den andern also bestimmt werden. Es ist $bn = 2 \sin. \frac{1}{2} R^2$, und no ist das Differential des Sinus des Bogens $bz = R$, also ist es $= dR. \text{Cos.} R$, also des Räumchens Fläche, oder $bn \times no = 2 \sin \frac{1}{2} R^2 \times \text{Cos. } R.\ dR$. Hieraus folgt, daß das erste Räumchen mare, wenn $mz = r$ ebenfals $= 2 \sin \frac{1}{2} r^2 \times \text{Cos. } r.\ dr$ seyn muß. Bezeichnet man nun den Einfallswinkel bey der Wasserlinie mit a und den, der dem Räumchen bnoc entspricht, mit x, so hat man auch hier $2 \text{ Sin. } \frac{1}{2} r^2 . \text{ Cos. } r : 2 \text{ Sin. } \frac{1}{2} R^2 . \text{ Cos. } R = a : x$, also

x

x (Sin. $\frac{1}{2}r^2$. Cos. r) $=$ a (Sin. $\frac{1}{2}R^2$. Cos. R), aus welcher Formel die verschiedenen Einfallswinkel der Horizontalschnitte leicht bestimmt werden. Da nun aber die Stabilität erfordert, daß das Hauptspant keine zu kleine Fläche habe, so kann r oder Bogen mz nicht willkührlich seyn, sondern er muß so gewählt werden, daß $\sin \frac{1}{2}r^2 \times \text{Cos.}\, r$ ein Maximum werde. Es ist aber $\sin \frac{1}{2}r^2 = \frac{1 - \text{Cos.}\, r}{2}$, also muß

$\frac{1 - \text{Cos.}\, r}{2} \times \text{Cos.}\, r$ ein Maximum seyn,

oder $d \frac{(\text{Cos.}\, r - \text{Cos.}\, r^2)}{2} = 0$, oder $-$

$dr. \sin r + 2\, dr. \sin r \times \text{Cos.}\, r = 0$, oder $2 \sin r \times \text{Cos.}\, r = \sin r$, oder $2\,\text{Cos.}\, r = 1$, also $\text{Cos.}\, r = \frac{1}{2} = 30^\circ$; folglich $r = 60^\circ$. Hieraus folgt demnach, daß der hierzu erforderliche Bogen mz eine Länge von 60° haben muß.

§. 37.

Da man nun jeden zweckmäßigen Einfallswinkel bey jedem Horizontaldurchschnitte vermittelst der so eben gefundenen Formel zu bestimmen im Stande ist; so kann man auch vermittelst dieser gefundnen Winkel die Ordinaten eines solchen Hauptspants bestimmen, wodurch das Schiff beyde Eigenschaften, nemlich diejenigen des Schnellsegelns und der Stabilität im möglichst vollkommensten Grade erhalten könne. Denn da in Fig. 9, wo ab die halbe Breite oder Ordinate des Hauptspants in der Wasserlinie bedeutet, die $<$ bca, bcg u. s. w. gegeben sind, so hat man $bg = bc \times \text{tang.} < bcg$ und eben so findet man bi, bh u. s. f. Verbindet man nun die Endpuncte dieser Ordinaten durch eine krumme Linie mit einander, so ist dadurch die Figur des Hauptspants bestimmt, und hieraus zu-

gleich

gleich die Figur des ganzen Schiffes, das die beyden guten Eigenschaften, welche die Baukunst bezwecken sollte, besitzen muß.

Fünfter Abschnitt.

Von dem Widerstande des Fluidums, wenn das Schiff bey dem Winde segelt.

§. 38.

Sobald das Segel mit der Kiellinie des Schiffes einen schiefen Winkel macht, kann der Weg des Schiffes nicht mehr in der Richtung der Kiellinie seyn; denn, da die bewegende Kraft, hier der Wind, stets, wie jede andre Kraft, sich in senkrechter Richtung auf dem Segel äussert, so muß das Schiff nothwendig dadurch Seitwärts von seiner Kiellinie abgetrieben werden, und die Richtung des Schiffes muß mit

der-

derjenigen des Kiels einen mehr oder minder großen Winkel machen, den man in der Schiffersprache die Abtrift zu nennen pflegt. Wenn z. B. in Fig. 11. ABDCA ein Horizontal-Durchschnitt eines Schiffes in der Wasserlinie ist, DA mit der Kiellinie parallel und GH der Weg des Schiffes, so ist $<$ AGH die Abtrift, deren Größe von der Figur des Schiffes abhängt. Ist nun EF die Richtung der Windkraft, die wir P nennen wollen, so muß diese, so bald das Schiff eine gleichförmige Bewegung erhalten hat, der Richtung des Wasserstoßes von F nach E gleich und entgegengesetzt seyn, wenn anders das Schiff auf der Richtung GH bleiben und nicht jeden Augenblick seinen Cours abändern soll. Dieses Princip der vollkommnen Gleichheit der bewegenden und widerstehenden Kraft, welches Bernoulli zuerst aufgestellt, ist die nützlichste Entdeckung

deckung in der Schiffsbaukunst und in dem Manövre der Seeschiffe, und muß auch bey dieser sehr verwickelten Untersuchung zum Grunde gelegt werden. Bezeichnet man nun die ganze bewegende Kraft, wie oben, mit P und den < AEF mit a, so läßt sich dieselbe in zwey andre Kräfte, nemlich in P. Cos. a und in P sin a zerlegen, von welchen die Erste in der Richtung AD und die Andre in der Richtung CB wirket. Diese beyden Kräfte müssen nun ebenfals, nach dem oben angeführten Princip den beyden Kräften, in welche der ganze Wasserstoß von F nach E zerlegt werden kann, gleich und entgegengesetzt seyn. Bezeichnet man nun ferner mit K die Function der Klebrigkeit und der specifischen Schwere, mit L die Leichtigkeit, mit welcher die Wassertheilchen ausweichen, mit S den Flächeninhalt des Hauptspants, mit E denjenigen des Schifses Durchschnitts seiner Länge nach, und mit i den mittlern Einfallswinkel, so sieht man leicht, daß der neue Einfallswinkel in des Schiffes Richtung nach GH unter dem Winde $i + b$ und über dem Winde $i - b$ seyn wird, wenn nemlich die Abtrift mit b bezeichnet wird. Nun hat man aus dem Vorhergehenden L. P. Cos. a = dem graden Widerstande unter und über dem Winde.

Nun ist aber der grade Widerstand unter dem Winde

$= \frac{1}{2} KS\, p + h.\ \sin(i + b)^2$ *)

über dem Winde

$= \frac{1}{2} KS\, p + h.\ \sin(i - b)^2$, also auf

den Vordertheil $\frac{1}{2}$ KS $2p + h \sin(i + b)^2 + \sin(i - b)^2$. No. 1.

Der

*) Hier bedeuten p und h die Höhen der Wasserseulen, wie oben.

Der Druck auf das Hintertheil ist
$\frac{1}{2}$ KS (p — h — h Sin. (i + b)^2 einer Seits
und $\frac{1}{2}$ KS (p — h — h Sin. (i — b)^2 andrer Seits, also $\frac{1}{2}$ KS (2 p — 2 h — h Sin. (i + b)^2 — Sin. (i — b)^2. N°. 2.

Nun ist aber

Sin. (i + b) = Sin. i. Cos. b + Sin. b. Cos. i.

Sin. (i — b) = Sin. i. Cos. b — Sin. b. Cos. i.

also Sin. (i + b)^2 + Sin. (i — b)^2 = 2 (Sin. i^2. Cos. b^2) + (Cos. i^2. Sin. b^2).

Es ist aber Sin. i^2 = $\frac{1 - \text{Cos. } 2\,i.}{2}$

und Cos. b^2 = $\frac{1 + \text{Cos. } 2\,b}{2}$, dies substituirt, Sin. i^2. Cos. b^2 = (1 — Cos. 2 i + Cos. 2 b — Cos. 2 i. Cos. 2 b) : 4

und Cos. i^2. Sin. b^2 = (1 + Cos. 2 i — Cos. 2 b — Cos. 2 i. Cos. 2 b) : 4.

 folglich

folgl. $\text{Sin. } i^2 . \text{ Cos. } b^2 + \text{Cos. } i^2 . \text{ Sin. } b^2$ $\left(= \frac{2 - 2 \text{ Cos. } 2i . \text{ Cos. } 2b)}{4}\right.$ durch 2 multiplicirt.

$\text{Sin. } (i + b)^2 + \text{Sin. } (i - b)^2 = 1 - \text{Cos. } 2i . \text{ Cos. } 2b$, welches in N°. 1. substituirt, giebt

$\frac{1}{2} KS \, 2p + h \, (1 - \text{Cos. } 2i . \text{ Cos. } 2b)$, und in N°. 2. $\frac{1}{2} KS \, 2p - 2h - h \, (1 - \text{Cos. } 2i . \text{ Cos. } 2b +$, subtrahirt giebt N°. 3.

$KS \, h \, (2 - \text{Cos. } 2i . \text{ Cos. } 2b) = PL \text{ Cos. } a$, welches ein Ausdruck für den graden Widerstand ist.

Ferner ist die Geschwindigkeit des Seitendrucks, senkrecht auf AD, einer Seits $h . \text{ Cos. } (i + b)^2$, und andrer Seits $h . \text{ Cos. } (i - b)^2$; folglich der Seitendruck auf dem Längendurchschnitt des Schiffes

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2} KE \, (p + h \text{ Cos. } (i + b)^2 \\ \frac{1}{2} KE \, (p - h - h \text{ Cos. } (i + b)^2 \end{array}\right\} \text{unter dem Winde.}$$

$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{2}KE(p + h\ Cos.(i + b)^2 \\ \frac{1}{2}KE(p - h - h\ Cos.(i - b)^2\end{array}\right\}$ über dem Winde.

Nun ist aber wiederum

$Cos.(i - b) = Cos.\,i.\ Cos.\,b + Sin.\,i.\ Sin.\,b$, und $Cos.(i + b) = Cos.\,i.\ Cos.\,b - Sin.\,i.\ Sin.\,b.$

---

also $Cos.\ (i - b)^2 - Cos.\ (i + b)^2$
$= 4\ Cos.\,i.\ Cos.\,b \times Sin.\,i.\ Sin.\,b.$
$= 2\ Cos.\,i.\ Sin.\,i. \times 2\,Cos.\,b.\ Sin.\,b$
$= Sin.\,2i.\ Sin.\,2b;$

folglich $\frac{1}{2}KE\ (2p - h + h\ (Sin.\,2i.\ Sin.\,2b) - \frac{1}{2}KE\ (2p - h - h\ (Sin.\,2i.\ Sin.\,2b)$, oder

$KEh\ (Sin.\,2i.\ Sin.\,2b)$ = dem ganzen Seitendruck $= PL\ Sin.\,a.$ N°. 4.

Ferner hat man aus N°. 4.

$Sin.\,2b = \frac{PL\ Sin.\,a}{KEh\ Sin.\,2i}$ und aus N°. 3.

$Cos.\,2b = \frac{2KS\,h - PL\ Cos.\,a}{KS\,h.\ Cos.\,2i}$, oder

Tang.

$$\text{Tang. } 2b = \frac{PLKSh \text{ Sin. a. Cos. } 2i}{KEh \text{ Sin. } 2i\,(2KSh - PL \text{ Cos. a})}$$

oder

$$\text{Tang. } 2b = \frac{PLS \text{ Sin. a}}{E.\ \text{tang. } 2i\,(2KSh - PL \text{ Cos. a})}$$

und hieraus endlich

die Gleichung

$$E \text{ tang. } 2b.\ \text{tang. } 2i\,(2KSh - PL \text{ Cos. a}) = PLS.\ \text{Sin. a.}$$

Vermittelst dieser Gleichung läßt sich nun der Werth von h oder von b bestimmen, und es können die Mittel angegeben werden, wie h vergrössert, oder b verkleinert werden muß.

Sechster

Sechster Abschnitt.

Untersuchung des vortheilhaftesten Einfallswinkels, den das Ruder mit der Verlängerung des Kiels machen muß.

§. 39.

Bey dieser Untersuchung setze ich voraus, daß meine Leser bereits allgemeine Begriffe von der Wirkung des Ruders haben, daß solches nemlich durch den Wasserstoß, den es auf seine Fläche erhält, und der als eine Kraft zu betrachten ist, die an einem mehr oder minder langem Hebelarme wirket, die drehende Bewegung des Schiffes hervor-

hervorbringt *). Es sey demnach in Fig. 13. AM die Lage der Ruderfläche und das Schiff bewege sich in der Richtung AB, mit einer Geschwindigkeit, die der Fallhöhe h entsprechen mag. Es sey Q die Wirkung des Wasserstoßes auf das Ruder AM und hi die Richtung dieses Stoßes, welche, wie man weiß, stets senkrecht auf MA seyn muß. Läßt man nun aus dem Schwerpuncte des Schiffes G auf hi die Senkrechte Gh fallen, so ist nach bekannten mechanischen Gründen Q × Gh das Moment dieses Wasserstoßes, welches zur Drehung des Schiffes abzweckt. Bezeichnet man nun mit G die

*) Siehe unter andern Practisch-Theoretisches Handbuch des Manövre u. s. w., wo aber dieser Gegenstand nicht so vollständig abgehandelt werden konnte, weil ich mir dort keine höhere Rechnung erlauben durfte.

die dem Wasserstoße ausgesetzte Ruderfläche und den Winkel, den das Ruder mit der Verlängerung des Kiels macht, oder MAJ mit x, so muß der Wasserstoß auf des Ruders Vorderfläche, nach vorhergehender Theorie, KG ($p + h \sin x^2$) und derjenige auf der Hinterfläche desselben muß KG ($p - h - h \sin x^2$) seyn; folglich der senkrechte Druck auf der Ruderfläche KG ($p + h \sin x^2$) — KG ($p - h - h \sin x^2$), oder $=$ KGh ($1 + 2 \sin x^2$). Diese Größe ist nun das, was wir oben mit Q bezeichnet haben. Soll nun der $<$ MAJ oder x am vortheilhaftesten für die Drehung des Schiffes seyn, so muß das Moment $Q \times Gh$ ein Maximum werden. Bezeichnen wir nun die halbe Ruderbreite Ar mit b, und AG mit l, so hat man im $\triangle$ AoG, in welchem Ao parallel hi ist, $Go = AG \times$ Sin. GAo $= l \times$ Cos. x, also $Gh = Go + oh =$

Go

$Go + Ar = l. Cos. x + b$; da aber Ar oder b gegen Gh sehr unbedeutend ist, so kann man $l. Cos. x$ für Gh setzen. Man hat also $Gh \times Q = KGh (1 + 2 \sin x^2) \times l. Cos. x$, und diese letzte Größe muß ein Maximum werden. Da nun in dieser Größe alles außer x beständig ist, so hat man $d (1 + 2 \sin x^2) Cos. x = 0$, und da $Sin. x^2 = 1 - Cos. x^2$, so ist $d (1 + 2 \sin x^2) Cos. x = d (1 + 2 (1 - Cos. x^2) Cos. x = d (Cos. x + 2 Cos. x - 2 Cos. x^3) = d (Cos. 3x - 2 Cos. x^3)$, und wirklich differenziirt

$- 3 dx \sin x \times 6 Cos. x^2 dx \sin x = 0$
div. $3 dx \sin. x$.

$- 1 + 2 Cos. x^2 = 0$, also
$2. Cos. x^2 = 1$; folglich
$Cos. x^2 = \frac{1}{2}$
$Cos. x = \sqrt{\frac{1}{2}}$, und daher auch $x = 45° 0'$. Also muß der Winkel, den das

Ruder

Ruder mit der Verlängerung des Kiels macht, oder der $< MAi = 45^\circ\, 0'$ seyn, wenn die Drehung des Schiffes am schnellsten dadurch bewirkt werden soll. Auch hier weicht die alte Theorie sehr ab, indem durch diese der Winkel MAi auf $54^\circ\, 0'$ bestimmt wird.

§. 40.

Nachdem nun der $< x$ bestimmt worden, läßt sich sehr leicht das Drehungsmoment $Q \times Gh$ bestimmen. Gesetzt die dem Wasserstoße ausgesetzte Ruderfläche sey $= 20$ Fuß, $AG = 46$ Fuß, und die Geschwindigkeit des Schiffes 5 Fuß in einer Secunde, so hat man

$$KGh\,(1 + 2\,\sin x^2) \times l.\ \mathrm{Cos.}\ x =$$

$$50 \times 20 \times \frac{25}{62,4}\,(1 + 2\ \mathrm{Sin.}\ 45^3)\ 46.$$

$\mathrm{Cos.}\ 45^\circ$, oder $400\,(1 + 2 \times \tfrac{1}{2})\ 46.\ 0,7$, oder $400 \times 2 \times 46 \times 0,7 = 25760$ ℔.

Durch

Durch dies große Moment läßt es sich also sehr gut erklären, wie eine so kleine Ruderfläche eine solche große Masse zu bewegen vermag, und daß, wie ich schon anders wo gezeigt, die Ruder unsrer meisten Schiffe eine überflüssige und zweckwidrige Breite haben.

§. 41.

Soll nun die kleinste mögliche Ruderfläche, die zur Drehung des Schiffes erforderlich ist, bestimmt werden, so sey E die verticale Durchschnittsfläche des Schiffes, seiner Länge nach, h die der drehenden Geschwindigkeit des Schiffes entsprechende Druckhöhe, so ist der Widerstand auf der Seite, nach welcher die Drehung geschieht, $KE(p + h)$ und auf der andern Seite ist dieselbe $KE(p - 2h)$, also der ganze Widerstand, der sich der Bewegung entgegensetzt, $KEp + KEh - KEp - 2KEh$ oder

oder 3 KEh. Vergleicht man nun diesen Widerstand mit dem oben gefundnen Momente des Ruders, so muß $3\,KEh <$ $KGh\,(1 + 2 \sin x^2)\ l.\ \mathrm{Cos.}\ x$ seyn, oder $3\,E < G\,(1 + 2 \sin x^2)\ l.\ \mathrm{Cos.}\ x$, oder

$$\frac{3\,E}{(1 + 2 \sin x^2)\ l.\ \mathrm{Cos.}\ x} < G,$$ welches ein Ausdruck ist, woraus sich G, oder die Ruderfläche leicht bestimmen läßt, indem E, x und l lauter bekannte Größen sind.

Siebenter

Siebenter Abschnitt.

Von der Wirkung des Windes auf die Segel eines Schiffes.

§. 42.

Nachdem wir die Wirkung des Wassers auf das Schiff, als den Widerstand, der dasselbe in seinem Fortgange hindert, betrachtet haben, müssen wir auch die bewegende Kraft desselben, nemlich den Wind, der diesem Widerstand entgegenwirkt, in Erwägung ziehen. Da die Luft, so wie das Wasser, als ein Körper angesehen werden kann, der aus einer unendlichen Menge kleiner Elementartheilchen bestehet,

die

die von den Wassertheilchen bloß darin verschieden sind, daß sie weniger specifische Schwere und mehr Elasticität haben, so kann die oben vorgetragene Theorie auch auf dieselbe, ohne Bedenken angewendet werden, um so mehr, da wir eine Erscheinung in der Natur haben, die uns ganz dazu zu berechtigen scheint, ich meine, das Sinken der Quecksilber Seule in den Barometern bey heftigen Windstürmen, welches auf einerley Erklärung mit dem Sinken der Wasserseule in der gebogenen Röhre, die vom Wasserstrome abwärts gekehret ist, beruhet.

§. 43.

Wenn dies nun der Fall ist, so sey in Fig. 14. ma die Projection irgend einer Fläche, die dem Windstoße ausgesetzt ist, und dabey ruhend, m ein Lufttheilchen, das mit einer Geschwindigkeit, die der

Höhe

Höhe h entspricht, nach der Richtung im gegen diese Fläche bewegt wird, und nimmt man an, daß der Druck, den das Theilchen m, wenn es ruhete, von der Luft leidet, einer Druckhöhe p proportional sey, so läßt sich die Geschwindigkeit im in zwey andre, ir und mr, nemlich die Eine senkrecht auf und die Andre parallel mit am, zerlegen. In dem Stoße gegen am verliert das Lufttheilchen seine ganze Geschwindigkeit nicht, sondern es behält noch die mit am parallele mr, welche, wenn der Einfallswinkel ami mit m bezeichnet wird, gleich h. Cos. m² ist. Der Druck gegen die Vorderseite eines Elements der Fläche ist demnach p — h Cos. m², der bey der Ruhe bloß p proportional gewesen seyn würde. Ist nun D eine Function der Dichtigkeit und Elasticität der Luft und S irgend eine dem Winde ausgesetzte Fläche, so ist der Druck auf der Vorderseite der-

selben

selben DS ($p - h$ Cos. m^2). Der Druck auf der Hinterseite ist auf jedem Theilchen $p - h$ proportional, und daher auf der ganzen Fläche DS ($p - h$). Da dieser Letztre Druck nun dem Erstern entgegengesetzt, so ist ihr Unterschied dem ganzen Drucke auf der Fläche gleich, und dieser ist DS ($p - h$ Cos. m^2) — DS ($p - h$) oder DSh — DSh Cos. m^2 = DSh ($1 -$ Cos. m^2) = DSh sin m^2. Will man den Druck nach irgend einer Richtung, z. B. ao haben, so multiplicirt man bloß Dh sin m^2 mit der Projection von ma oder mit mo, und man hat DSh mo $\times$ Sin. m^2 gleich diesem Drucke.

§. 44.

So bald aber die Fläche am nicht mehr ruhet, sondern irgend eine Bewegung erhält, so muß dieselbe in zwey andre, nemlich in Eine auf am senkrecht und in eine Andre, die mit derselben parallel ist, zerlegt werden, von welchen die Erste allein die Fläche am vorwärts treibt, dieselbe der Wirkung des Windes zu entziehen sucht und seine Kraft auf derselben vermindert. Indem nun die Fläche am sich mit einer Geschwindigkeit dem Winde entzieht, deren zustimmende Höhe wir z nennen wollen, so ist der Druck gegen die Vorderfläche DS ($p - h$ Cos. $m^2 - z$) und da der Druck gegen die Hinterfläche immer unverändert DS ($p - h$) bleibt, so ist der ganze Druck DS ($p - h$ Cos. $m^2 - z$) — DS ($p - h$), oder DSh ($1 -$ Cos. $m^2 - z$) = DSh. sin $m^2 - z$.

§. 45.

Nun ist die Bewegung eines segelnden Schiffes nichts anders als das Resultat zweyer Kräfte, nemlich des Wasserstoßes und der Wirkung des Windes auf die

Segel. Diese beyden Kräfte müssen immer gleich und entgegengesetzt seyn, wenn anders die erhaltene Geschwindigkeit des Schiffes gleichförmig bleiben soll. Die Momente dieser Kräfte in Beziehung auf die drey Hauptachsen, die man sich durch den Schwerpunct des Schiffes gezogen denken kann, nemlich die Länge, Breite und Tiefe desselben müssen sich unaufhörlich einander aufheben, damit das Schiff seine Richtung beybehalte. Von diesen Bedingungen muß der Stand der Masten, nebst ihrer Anzahl und Höhe nothwendig abhangen. Denn es sey zu diesem Endzwecke in Fig. 14. dbga die Fläche des Horizontalschnitts eines Schiffes in der Wasserlinie, den wir mit B bezeichnen wollen, und aibc der Durchschnitt des Hauptspants, den wir in der Mitte des Schiffes setzen und alles an beyden Seiten desselben gleich annehmen, und der M

 heißen

heißen mag. Wenn nun das Schiff zu einer gleichförmigen Bewegung nach dg gelangt ist, und diese Geschwindigkeit einer Höhe h entspricht, so muß die Richtung des Windes in der Ebene defg, oder deren Verlängerung liegen, und wenn das Schiff nur einen Mast haben sollte, so müßte derselbe irgendwo in der Linie dg aufgestellt werden. Untersuchen wir nun den Widerstand, den das Wasser dem Schiffe in senkrechter Richtung auf obenbesagte Durchschnitte entgegensetzt, so hat man, wenn das Schiff grade liegt, den Widerstand auf acb, nach dem vorher Bewiesenen KMh $(1 + 2 \sin i^2)$, wenn i der mittlere Einfallswinkel ist, oder da Sin. i^2 $= \frac{1 - \text{Cos. } 2i}{2}$, so ist dieser Widerstand KMh $(2 - \text{Cos. } 2i)$. Dieser Widerstand wirket nun auf einen Punct t der Achse ic, und wenn i der Schwerpunct, in

einer

einer Entfernung it von demselben, die wir mit t bezeichnen wollen; folglich ist sein Moment KMht (2 — Cos. 2 i). Bezeichnet man nun mit dB ein Element der Fläche dbga, so ist der verticale Druck von unten nach oben, nemlich auf dem Vordertheile f. KdB (p + h sin i²) und derjenige auf den Hintertheil f. KdB (p — h — h sin i²). Die Summe dieser beyden Drucke, nemlich 2 f. KdBp — f. KdBh ist offenbar kleiner, als 2 f. KdBp, welches der verticale Druck des Wassers ist, der das Schiff, wenn es ruhet, schwimmend erhält; folglich muß das Schiff tiefer gehen, wenn es segelt, als wenn es stille liegt. Ist nun x der Abstand dieser Wasserstöße vom Schwerpuncte des Schiffes, so hat man, wenn man diese beyden Momente, die nothwendig entgegengesetzt sind, von einander abzieht, nemlich f. (KdBp + f. KdBh sin i²) — f. (KdBp — f. KdBh

— f.

$-$ ſ. KdBh $\sin i^2) = $ ſ. (KdBh + 2 ſ. KdBh $\sin i^2) = $ ſ. KdBh $(1 + 2 \sin i^2)$, und da $2 \sin i^2 = 1 - \text{Coſ.}\ 2i$, ſo erhält man ſ. KxdBh (2 — Coſ. 2 i). Dieſer verticale Druck, indem derjenige auf dem Vordertheile größer, als der auf dem Hintertheile iſt, hebt das Schiff vorne aus dem Waſſer und taucht es hinten tiefer ein. Er iſt demnach dem Stoße auf dem Hauptſpante entgegengeſetzt, indem dieſer das Schiff um den Hebelarm it dreht, und den Vordertheil deſſelben tiefer eintaucht, und man hat demnach

ſ. KxdBh (2 — Coſ. 2 i) — ſ. KtdMh (2 — Coſ. 2 i), oder Kh (xB — Mt) (2 — Coſ. 2 i), welcher Ausdruck ein Moment anzeigt, wodurch des Schiffes Hintertheil tiefer eingetaucht und der Vordertheil aus dem Waſſer gehoben wird. Bezeichnet nun P die Wirkung des Windes auf die Segel und z die Entfernung des Segel-

punets

puncts (Centre velique) vom Schwer-puncte, deren Oerter wir in unserm Hand-buche der Construction der Seeschiffe zu bestimmen gezeigt haben, so muß stets
$Pz = Kh(xB - Mt)(2 - \mathrm{Cos}.\, 2i)$ seyn.

§. 46.

Ist nun in Fig. 15. dc der Durch-messer des Horizontalschnitts in der Wasser-linie, und g der Schwerpunct desselben, so ziehe gi senkrecht auf dc, und mache gi gleich dem vertikalen Wasserdrucke von i nach g oder gleich dem oben gefundnen Ausdrucke $KhB(2 - \mathrm{Cos}.\, 2i)$, und ist nm der Durchmesser des Hauptspants und h der Schwerpunct desselben, so ziehe man hi senkrecht auf nm und mache hi gleich dem senkrechten Stoße auf dem Haupt-spant, oder gleich $KhM(2 - \mathrm{Cos}.\, 2i)$, so lassen sich hi und gi nach den bekannten Gesetzen der Mechanik combiniren und in

ist

ist die aus beyden zusammengesetzte Kraft des Wasserstoßes auf den ganzen Schiffskörper, nemlich es ist $ni = \sqrt{(ng^2 + gi^2)}$. Die Richtung dieser Kraft, oder den Winkel, den dieselbe mit dem Horizonte macht, oder den $< nih$ findet man aus nh und hi sehr leicht, denn man hat im $\triangle\, nhi$ nach bekannten trigonometrischen Gründen

$$\frac{nh}{hi} = \text{tangente} < hin,$$ und wenn man für nh und hi ihre Werthe setzt, so ist

$$\text{tang.} < hin = \frac{KBh\,(2 - \text{Cosin}\, 2\,i)}{KMh\,(2 - \text{Cosin}\, 2\,i)}$$

woraus sich die Richtung der Kraft ergiebt, die durch den Kraftpunct aller Segel (Centre velique) gehen muß, wenn anders die Lage des Schiffes im Wasser die vortheilhafteste zum Schnellsegeln seyn soll. Fällt die Lage des sogenannten Segelpunctes nun in die Linie pq, so ist der Durchschnitt der beyden Linien iq und pq, oder der

Punct

Punct q derjenige Punct, an welchem die beyden Kräfte, durch welche das Schiff bewegt wird, als wirkend angebracht, gedacht werden können, nemlich qu = in ist der gesammte Wasserstoß, der in zwey andre qt und qv zerlegt werden kann, nemlich vermöge qv, die ut gleich und entgegengesetzt ist, wird die Windkraft aufgehoben, welche in der Richtung ut wirket, und vermöge der andern qt wird das ganze Schiff aus dem Wasser gehoben, es wird dadurch um desto leichter und segelt daher um desto schneller.

§. 47.

Aus dem bloßen Anblicke der Figur sieht man schon, daß, wenn die Richtung iq nicht durch den Punct q gehet, auch die Kraft des Wasserstoßes eine schädliche Wirkung hervorbringen müsse; denn wenn die Verlängerte in die pt oberhalb q

schneidet,

schneidet, so erhält das Schiff eine drehende Bewegung, durch welche der Vordertheil desselben aus dem Wasser gehoben und der Hintertheil desselben eingetaucht wird; und schneidet in die pq unterhalb q, so muß die Windkraft vq den Vordertheil des Schiffes senken, indeß der Hintertheil desselben aus dem Wasser gehoben wird. Hieraus sieht man ferner, daß in manchen Fällen die unnütze Vermehrung der Segel durchaus nichts zur Vergrößerung der Schnellheit des Schiffes beytragen kann, indem dadurch der Kraftpunct der Segel erhöhet wird, und so die Windkraft bloß dazu abzweckt, um den Vordertheil des Schiffes tiefer in's Wasser zu drücken.

Achter Abschnitt.

Die vortheilhafteste Richtung eines Segels zu bestimmen, um dadurch sich am besten dem Ursprunge des Windes zu nähern.

§. 48.

Wenn ein Schiff bey dem Winde segelt oder laviret, so ist die Absicht stets, die Richtung der Rahe und des Segels so zu ordnen, daß dadurch das Schiff sich entweder von einer Küste am schnellsten entferne, oder sich einem andern Puncte, der über dem Winde liegt, nähere. Um nun die vortheilhafteste unter allen Richtungen, welche das Segel mit der Kiellinie machen kann, zu bestimmen, sey in Fig. 16. AB die Kiellinie, GH die Rahe, an welcher das Segel befestiget ist, und Vm die Richtung des Windes, die nach mP senkrecht auf HG wirken muß. Man zerlege mP in zwey andre Kräfte, nemlich in mL senkrecht auf BA und mD parallel mit derselben, so ist mL die Kraft, welche das Schiff dem Ursprunge des Windes nähert und welche daher ein Maximum seyn muß.

§. 49.

Bezeichnet man nun den Einfallswinkel des Windes auf das Segel, oder VmH mit x, und den Winkel GmA, den das Segel mit der Kiellinie macht mit z, so hat man nach obiger Theorie $mP = DSh \sin x^2$, und da $< DmP = mPL$ und DmP das Complement von $< DmG$ oder von GmA, so hat man im $\triangle$ mPL

1 : mP

$1 : mP = \text{Sin.} < mPL : mL$, und daher $mL = mP \times \text{Sin.}\, mPL$, oder $mL = DSh \sin x^2 \times \text{Cos.}\, z$, welcher Ausdruck also ein Maximum seyn muß. Da nun D, S und h beständig sind, so hat man $d.(\sin.\, x^2.\, \text{Cos.}\, z) = 0$, und differenziirt giebt dieselbe $2 \sin xdx\, \text{Cos.}\, x.\, \text{Cos.}\, z - \sin x^2 \sin zdz = 0$, oder $2 \sin x\, \text{Cos.}\, x.\, \text{Cos.}\, z - \sin x^2 \sin z = 0$, oder $2 \sin x\, \text{Cos.}\, x.\, \text{Cos.}\, z = \sin x^2 \sin z$; div. $\sin x$.

$2\, \text{Cos.}\, x.\, \text{Cos.}\, z = \sin x.\, \sin z$, oder

$2 = \frac{\sin x.\, \sin z}{\text{Cos.}\, x.\, \text{Cos.}\, z}$, und da $\frac{\sin x}{\text{Cos.}\, x} = \text{tang}\, x$

so ist $2 = \text{tang.}\, x.\, \text{tang.}\, z$, aber $\frac{1}{\text{Cot.}\, z} = \text{tang.}\, z$, also $2 = \frac{\text{tang.}\, x}{\text{Cot.}\, z}$, und daher auch

$2\, \text{Cotang.}\, z = \text{tang.}\, x$; folglich endlich

$\text{Cotang.}\, z = \frac{1}{2}\, \text{tangent}\, x$.

Dies

Dies ist, bey der vortheilhaftesten Lage des Segels muß die halbe Tangente des Einfallswinkels des Windes auf das Segel gleich der Cotangente des Winkels seyn, den die Rahe mit der Kiellinie macht. Hieraus lassen sich nun sehr leicht einige Tafeln berechnen, in welchen beyde Winkel angegeben sind, so daß man, so bald der Eine gegeben, den Andern sogleich, ohne alle Rechnung finden kann. Die Ausführung einer so leichten Auflösung, welche bloß in einem Aufsuchen der Tangenten und in einer Halbirung bestehet, überlasse ich dem Anfänger, dem dies Unterhaltung gewähren mag.

Ueber

Ueber die Geschwindigkeit, welche das Schiff durch die Wirkung des Windes erhält.

§. 50.

Nach und nach erhält das Schiff die Geschwindigkeit, mit welcher es sich nach dem Verlaufe einer gewissen Zeit bewegt; die Bewegung desselben wird durch die auf einander folgenden Windstöße beschleuniget, aber diese Beschleunigung hat ihre Gränze, und sobald diese erreicht ist, bewegt sich das Schiff gleichförmig, und diese letztere Geschwindigkeit werden wir uns zu bestimmen bemühen.

§. 51.

Wir haben bisher bey der Betrachtung der Wirkung des Windes den Körper, auf welchen er wirkte, als ruhend angesehen, und so den Windstoß dem Quadrate seiner Geschwin-

Geschwindigkeit proportional geschätzet; aber dieser nemliche Windstoß kann nicht mehr dem Quadrate seiner absoluten Geschwindigkeit proportional geachtet werden, sobald der Körper, auf welchen er wirket, in Bewegung ist, sondern bloß dem Quadrate seiner relativen Geschwindigkeit, das ist, dem Unterschiede der Geschwindigkeiten des Windes und des bewegten Körpers.

Um nun diese relative Geschwindigkeit zu bestimmen, muß man sich die Geschwindigkeit des Windes in zwey Andre zerlegt gedenken, von welchen die Eine der Geschwindigkeit des bewegten Körpers gleich ist und die die nemliche Richtung hat, und die Zweyte wird alsdann diejenige seyn, deren Quadrat dem Windstoße proportional seyn muß; denn es ist offenbar, daß vermöge der Erstern der Wind keine Wirkung auf den Körper haben kann.

§. 52.

Nach dieser Voraussetzung laßt uns annehmen, daß das Schiff vor dem Winde segelt, und die ganze dem Winde ausgesetzte Segelfläche mit S bezeichnen. Ferner sey xAC Fig. 17. die Richtung des Windes, der sich horizontal bewegt, AC dessen Geschwindigkeit, und AD diejenige des Schiffes. Zieht man nun CD und aus A die Linie AE parallel mit CD, so wie aus C die Linie CE parallel mit AD, so ist dadurch die absolute Geschwindigkeit des Windes AC in zwey andre nach AD und AE zerlegt. Da nun die Geschwindigkeit AD derjenigen des Schiffes gleich ist, so ist es offenbar, das vermöge dieses Theils seiner Geschwindigkeit der Wind nicht die geringste Wirkung auf das Segel PQ haben kann, und daß derselbe vermittelst seiner Geschwindigkeit AE und nach dieser Richtung allein auf dasselbe wirken kann.

§. 53.

So lange das Schiff noch nicht zu seiner gleichförmigen Bewegung gelangt ist, vermehrt die Geschwindigkeit AD, indeß die absolute Geschwindigkeit des Windes AC und der Winkel CAD unveränderlich bleiben, wodurch das Parallelogram CDAE beständig verändert wird, je nachdem AD zunimmt, nimmt CD = AE die relative Kraft des Windes ab und der < DCA = < CAE wird größer, indeß < EAP = < QAF beständig kleiner wird. Sobald aber die Geschwindigkeit des Schiffes gleichförmig wird, wird auch AD unveränderlich, und die relative Geschwindigkeit AE nebst dem < EAP bleiben unveränderlich. Die relative Geschwindigkeit des Windes AE trägt alsdann bloß dazu bey, um den Widerstand des Wassers auf das Schiff aufzuheben. Wir können also das Schiff eben so betrachten, als wenn es

völlig

völlig in Ruhe wäre, und, als wenn der Wind in der Richtung FAE, mit der Geschwindigkeit AE auf das Segel PQ wirkte. Wir haben oben gesehen, daß die Wirkung des Windes DSh sin x^2, wenn x der Einfallswinkel ist; folglich haben wir hier nun für diese Wirkung $DSAE^2 \times$ Sin. PAE^2, weil der $\triangle$ PAE hier wirklich der Einfallswinkel ist, unter welchem die Kraft des Windes auf das Segel wirket. Laßt uns nun den Werth dieses Ausdrucks AE $\times$ Sin. PAE zu bestimmen suchen.

§. 54.

Man bezeichne zu diesem Endzwecke den $\triangle$ xAQ $=$ $<$ CAP, den die wahre Richtung des Windes mit dem Segel macht, welches vor dem Winde auf der Kiellinie senkrecht ist, mit a, ziehe DJ parallel PQ, bezeichne AC mit V, und

AD mit u, so hat man im $\triangle$ DAJ Sin. DJA oder QAx : AD $=$ Sin. ADJ : AJ, oder Sin. a : u $=$ 1 : AJ, also $AJ = \frac{u}{Sin.\,a}$, und daher AC — AJ $=$ $V - \frac{u}{Sin.\,a} = CJ$. Ferner hat man im $\triangle$ CJD, CJ : CD $=$ Sin. CDJ, Sin. CJD $=$ oder CJ : AE $=$ Sin. PAE : Sin. DJA und daher AE $\times$ Sin. PAE $=$ CJ $\times$ Sin. DJA, oder AE $\times$ Sin. PAE $=$ $V - \frac{u}{Sin.\,a} \times Sin.\,a = V\,Sin.\,a - u$. Wir haben demnach $DSAE^2 \times Sin.\,PAE^2 = DS\,(V\,sin\,a - u)^2$. Nun hat man, wie oben gezeigt worden, für den directen Wasserstoß, wenn das Schiff hinten und vorne eine ähnliche Figur hat, den Ausdruck $\frac{90^0}{180^0 - i}\,KMh\,(1 + 2\,sin\,i^2)$. Da

man

man nun angenommen, daß das Schiff zu einer gleichförmigen Bewegung gelangt ist, so muß der Wasserstoß dem Stoße des Windes auf die Segel gleich seyn, und man hat $DS\,(V \sin a - u)^2 = \frac{90^\circ}{180^\circ - i}$ $KMh\,(1 + 2 \sin i^2)$. Setzt man in dieser Gleichung für die Druckhöhe h ihren Werth $\frac{u^2}{4g}$, wo g die Fallhöhe eines schweren Körpers in einer Secunde bedeutet, und für das Verhältniß der Dichtigkeiten D und K der Luft und des Wassers, oder für $1 : 850$ bloß q und bezeichnet den Coefficienten $\frac{90^\circ}{180^\circ - i}$ mit p, so erhält man

$$S\,(V \sin a - u)^2 = pq\,\frac{Mu^2}{4g}\,(1 + 2 \sin i^2)$$

oder

$$\frac{4gS}{pqM}\,(V \sin a - u)^2 = u^2\,(1 + 2 \sin i^2),$$

oder

oder

$$2\frac{\sqrt{gS}}{pqM}(V\sin a - u) = u\sqrt{(1+2\sin i^2)}$$

oder $2\frac{\sqrt{gS}}{pqM} V \sin a - u \times 2\frac{\sqrt{gS}}{pqM} =$ $u\sqrt{(1+2\sin.\, i^2)}$, oder $2\frac{\sqrt{gS}}{pqM} \times$ $V\sin a = u\left(2\frac{\sqrt{gS}}{pqM} + \sqrt{(1+2\sin^2)}\right)$

und daher

$$u = \frac{2\frac{\sqrt{gS}}{pqM} \times V\sin a}{2\frac{\sqrt{gS}}{pqM} + \sqrt{(1+2\sin i^2)}},$$

welches ein Ausdruck für die Geschwindigkeit des Schiffes ist, der nichts, als bekannte Größen enthält, und aus welchem man deutlich sieht, daß u, oder die Geschwindigkeit dem Sinus des wahren Einfallswinkels des Windes proportional ist.

Neunter Abschnitt.

Ueber die Art und Weise, Versuche anzustellen, um den Widerstand eines im Wasser bewegten Körpers zu finden.

§. 55.

Da die Theorie des Widerstandes eines Fluidums, wie wir oben gesehen, noch lange die erwünschten Fortschritte nicht gemacht hat, wovon doch einzig und allein die Vervollkomnung der Schiffsbaukunst abhängt, so ist es nun desto nothwendiger, die Natur selbst zu befragen, und durch Versuche diese Abweichung der Theorie von derselben kennen zu lernen.

Um nun diese Versuche anstellen zu können, muß man sich ein Model eines See-

Seeschiffes machen lassen, das einem großen Schiffe bloß seiner äussern Figur nach ähnlich ist, denn man sieht leicht, daß die innern Theile hier gar nicht in Anschlag kommen, welches vermittelst eines Gewichts in einem großen Bassin oder Canale durch einen gewissen Raum in einer bestimmten Zeit gezogen wird. Aus der Vergleichung der verlaufenen Zeit, des zurückgelegten Weges und des bewegenden Gewichts läßt sich dann sehr leicht der Widerstand finden, den das Modell von dem Wasser leidet.

§. 56.

Es sey zu diesem Endzwecke Ilnn Fig. 18. ein großer mit Wasser angefüllter Canal, in welchem das Modell AB sich ungehindert durch einen beträchtlichen Raum bewegen könne. Will man nun den Widerstand, den dies Modell, wenn es in der

Richtung

Richtung seiner Achse beweget wird, leidet, finden, so befestigt man an demselben einen Faden AMNO, der außerhalb dem Canale über eine Rolle O gehet und an dessen anderm Ende ein Gewicht P hängt, das durch seine Schwere das Modell AB durch den Raum AMN zieht. Man sucht den Faden aber so an dem Modelle zu befestigen, daß die Bewegung nach der graden Linie der Achse BAN gehe, welches nach einigen Versuchen sehr leicht zu bewerkstelligen ist.

Die Bewegung dieses Modells wird anfangs etwas beschleunigt seyn, aber sie wird bald durch den Widerstand des Wassers gleichförmig werden. Man nehme an, daß die Bewegung gleichförmig geworden sey, nachdem das Modell den Raum AM zurückgelegt habe, und man bezeichne diesen Ort im Canale durch die Linie mn, und sobald das Modell in dem Puncte M angelangt

angelangt ist, zähle man die Secunden, die es auf dem Weg MN zubringt. Wenn diese Zeit richtig gemessen, so kann man daraus den Widerstand, den das Modell vom Wasser leidet, bestimmen.

§. 57.

Man bezeichne die Fläche, welche den nemlichen Widerstand von dem Wasser, als das Modell leiden würde, wenn sie mit der nemlichen Geschwindigkeit bewegt würde, mit SS, so stellt SS den absoluten Widerstand des Modells, den wir suchen vor. Ferner sey die Geschwindigkeit, womit das Modell den Raum MN $=$ r gleichförmig durchläuft $=$ c, und die Anzahl der beobachteten Secunden sey $=$ t, so ist der Widerstand offenbar $= \frac{cc}{4g}$ SS, wo g die Fallhöhe in einer Secunde bedeutet. Da nun dieser Widerstand der bewegenden Kraft P gleich seyn muß, so hat man die Gleichung $\frac{cc}{4g}$ SS = P. Da aber die Bewegung in der Zeit t durch den Raum r gleichförmig geschiehet, so hat man auch $c = \frac{r}{t}$. Substituirt man diesen Werth von c in obiger Gleichung, so erhält man $\frac{rr\,SS}{tt.4g} = P$, und hieraus den absoluten Widerstand = $\frac{4g\,Ptt}{rr}$ = SS, der in lauter bekannten Größen ausgedrückt ist.

Ueber

Ueber die vortheilhafteste Lage der größten Weite des Schiffes, damit dasselbe, vermittelst der Wirkung des Ruders am schnellsten sich drehe.

---

§. 58.

Aus der Mechanik ist es hinlänglich bekannt, daß, wenn eine Kraft am äussersten Ende einer überall gleich schweren Stange wirket, diese Stange sich um einen Punct drehen müsse, der auf $\frac{2}{3}$ der ganzen Länge der Stange liegt. Wahrscheinlich aus dieser Ursache haben die Schiffsbaumeister auch die größte Weite des Schiffes auf $\frac{2}{3}$ der ganzen Länge desselben, von hinten an gerechnet, gesetzt. Allein, da das Schiff durchaus nicht überall gleich schwer ist, so muß diese Analogie auch nothwendig falsch seyn, und der vortheilhafteste Ort der größten Weite des Schiffs, mit Hinsicht auf die

schnellste

schnellste Drehung, kann nicht auf $\frac{2}{8}$ der Länge desselben seyn.

§. 59.

Um uns also die drehende Bewegung eines Schiffes richtiger vorzustellen, sey AB in Fig. 19. eine Stange, an welcher ein Gewicht D befestigt ist. Wir wollen in derselben den Drehungspunct C suchen, wenn eine Kraft, die an ihrem Ende B wirkt, den Punct B nach b stößt, und uns vorstellen, daß das Gewicht D längst der Stange fortgleiten könne, und dann den Ort suchen, wo dasselbe befestigt werden muß, damit der Drehungswinkel BCb, obgleich die Kraft in B unveränderlich wirket, ein Maximum werde. Wenn die Stange AB sich um den Punct C drehet, so erhält jeder ihrer Theile mehr oder weniger Geschwindigkeit, je nachdem derselbe mehr oder weniger entfernt von diesem

sem Puncte ist, und die Trägheit aller Theile von BC hat die nemliche Wirkung, als eine Kraft, welche im Puncte E, nach der Richtung EF wirken würde, und zur nemlichen Zeit wirken alle Theile von CA als eine in Kraft K, nach der Richtung KH. Nun müssen aber diese beyden Kräfte mit der Kraft, die in B wirket, im Gleichgewicht seyn, weil diese Kraft die ganze Bewegung hervorbringt. Diese letztre Kraft aber theilt dem Puncte B mehr Geschwindigkeit mit, als allen übrigen, welche wegen ihrer Trägheit zurückbleiben, und der Widerstand, den die Theile von BC der Bewegung entgegensetzen, macht, daß die Stange sich um den Punct C drehet, und daß das andre Ende CA sich nach der entgegengesetzten Seite drehet.

§. 62.

§. 60.

Da nun ein jeder Theil von BC eine Bewegung erhält, die der Entfernung vom Puncte C proportional ist, so kann man die ganze Bewegung von BC durch das Dreyeck BCb vorstellen, und die Bewegung des andern Theils der Stange CA kann man durch das Dreyeck ACa vorstellen. Jeder Punct widersteht nun im Verhältnisse der Bewegung, die er erhält, und so stellen die Dreyecke BCb und ACa den Widerstand sowol, als die Quantitäten der Bewegung vor. Man kann sich demnach den ganzen Widerstand, als im Schwerpuncte eines jeden dieser Dreyecke concentrirt denken, nemlich in E und K, welches bekanntlich auf $\frac{2}{3}$ von CB und CA ist. Nimmt man nun B zum Ruhepuncte an, so muß der Widerstand von BC multiplicirt mit BE gleich dem Widerstande von AC multiplicirt mit BK seyn.

§. 61.

Bezeichnen wir nun die ganze Länge der Stange AB mit a, und die Schwere derselben mit dem nemlichen Buchstaben, die Schwere des Körpers D mit b, seine Entfernung BD von B mit m, seine Geschwindigkeit oder Bb mit u und BC, die Entfernung der Kraft vom Drehungspuncte C mit x, so ist der Flächeninhalt des △ BCb $= \frac{1}{2}$ xu, und derjenige des △ ACa $= \frac{1}{2}$ AC $\times$ Aa $= (\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}x) \times \frac{u(a-x)}{x}$. Multiplicirt man nun $\frac{1}{2}$ xu durch BE $= \frac{1}{8}$ BC $= \frac{1}{3}$ x, so erhält man $\frac{1}{6}x^2u$, welches das Moment von BCb ist; eben so erhält man das Moment von ACa, wenn man BK mit dem Flächeninhalte von ACa multiplicirt. Es ist aber CA $=$ AB $-$ BC $= a - x$, und CK $= \frac{2}{3}$ CA $= \frac{2}{3}a - \frac{2}{3}x$, und addirt man BC $= x$, so erhält man BK $= \frac{2}{3}a + \frac{1}{3}x$, welches

welches mit $(\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}x) \times \frac{u(a-x)}{x}$ multiplicirt das Moment $(\frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{2}a^2x + \frac{1}{6}x^3)\frac{u}{x}$ giebt.

Die Geschwindigkeit, die der Körper D erhält, findet man also:
$BC : Bb = DC$: Geschwindigkeit, oder
$x : u = x - m : (x - m)\frac{u}{x}$.

Multiplicirt man diese Geschwindigkeit durch die Schwere b, so erhält man $(x - m)\frac{bu}{x}$ für das Moment oder die Resistenz dieses Körpers.

Multiplicirt man dies durch den Abstand $BD = m$, so erhält man das Moment $(bmx - bm^2)\frac{u}{x}$, welches zu dem Widerstands-Momente von BC, oder zu $\frac{1}{6}x^2u$ addirt werden muß, und man erhält alsdann $(bmx - bm^2) \frac{u}{x} + \frac{1}{6} x^2 u$

$$= (\tfrac{1}{3} a^3 - \tfrac{1}{2} a^2 x + \tfrac{1}{6} x^3) \frac{u}{x},$$

divid. $\frac{u}{x}$

---

giebt $bmx - bm^2 + \frac{1}{6} x^3 = \frac{1}{3} a^3 - \frac{1}{2} a^2 x + \frac{1}{6} x^3$, oder $bmx - bm^2 = \frac{1}{3} a^3 - \frac{1}{2} a^2 x$, oder $(bm + \frac{1}{2} a^2) x = \frac{1}{3} a^3 + bm^2$ und daher $x = \frac{\frac{1}{3} a^3 + bm^2}{bm + \frac{1}{2} a^2}$, welcher Ausdruck in lauter bekannten Größen die Entfernung des Drehungspunctes C vom äussersten Ende der Stange B anzeigt.

§. 62.

Um nun für jede Lage, die der Körper D an der Stange AB haben kann, die Gr[illegible] des Drehungswinkels BCb bestimmen

men zu können, wollen wir die in B wirkende Kraft durch das Moment pV eines Gewichts p und einer bestimmten Geschwindigkeit V vorstellen. Nun ist die Quantität der Bewegung, welche die Stange erhält, gleich dem Producte aus ihrer Masse a, multiplicirt durch die Geschwindigkeit ihres Schwerpuncts, der in der Mitte M liegt, und man hat BC : Bb = CM : Geschwindigkeit, oder x : u $= x - \frac{1}{2}a : u - \frac{au}{2x}$, multiplicirt man diese Geschwindigkeit mit der Masse a, so ist $au - \frac{a^2 u}{2x}$ die Quantität der erhaltenen Bewegung. Die Bewegung des Körpers D war oben gefunden $bu - \frac{bmu}{x}$, welche zur Bewegung der Stange addirt werden muß, wodurch man denn die ganze Bewegung $au + bu - \frac{a^2 u}{2x} - \frac{bmu}{x}$

 erhält,

erhält, die die Kraft in B der Stange mittheilet. Nun muß diese Bewegung derjenigen gleich seyn, welche die Kraft p verloren hat, und die nach dem Stoße nur noch eine Geschwindigkeit u behält, indem ihre erste Geschwindigkeit V war. Da nun die bey B wirkende Kraft vor dem Stoße ein Moment $= pV$ hatte, so ist das verlorne Moment derselben nun $pV - pu$, und wir haben die Gleichung

$$pV - pu = au + bu - \frac{a^2u}{2x} - \frac{bmu}{x}$$

und hieraus

$$u = \frac{pVx}{(a + b + p)\,x - \frac{1}{2}a^2 - bm},$$

eine Formel, welche die Geschwindigkeit u des Punctes B in lauter bekannten Größen giebt, indem x vorher gefunden worden.

§. 63.

Um nun den Drehungswinkel BCb zu bestimmen, muß man bedenken, daß die

Größe dieses Winkels im directen Verhältnisse von Bb und im umgekehrten von BC zunimmt; folglich kann derselbe durch $\frac{Bb}{BC}$ vorgestellt werden, und der allgebraische Ausdruck desselben wird seyn

$\frac{u}{x} = \frac{pV}{(a + b + p)\,x - \frac{1}{2}a^2 - bm.}$ Substituirt man hier für x den oben gefundnen Werth $x = \frac{\frac{1}{3}a^3 + bm^2}{\frac{1}{2}a + bm}$, so erh'lt man

$$\frac{pV\,(\frac{1}{2}a^2 + bm)}{\frac{1}{12}a^4 \times \frac{1}{3}a^3 b \times \frac{1}{3}a^3 p - a^2 bm + bpm^2 + abm^2}.$$ Differenziirt man nun diesen Ausdruck, in welchem m bloß veränderlich ist, so erhält

man

man $\dfrac{d.\,(pV\,(\frac{1}{2}a^2 + bm)}{\frac{1}{12}a^4 + \frac{1}{3}a^3b + \frac{1}{3}a^3p - a^2bm + bpm^2 + abm^2} = 0,$

oder $\dfrac{\begin{pmatrix}(\frac{1}{12}a^4 + \frac{1}{3}a^3b + \frac{1}{3}a^3p - a^2bm + bpm^2 + abm^2)\,pVbdm \\ -(\frac{1}{2}a^2pV + pVbm)\,(+a^2bdm - 2bpmdm - 2abmdm)\end{pmatrix}}{(\frac{1}{12}a^4 + \frac{1}{3}a^3b + \frac{1}{3}a^3p - a^2bm + bpm^2 + abm^2)^2} = 0,$

oder durch den Nenner multiplicirt und durch $dmpV$ dividirt

$\frac{1}{12}a^4b + \frac{1}{3}a^3b^2 + \frac{1}{3}a^3bp - a^2b^2m + b^2pm^2 + ab^2m^2$
$= -\frac{1}{2}a^4b + a^2bpm + a^3bm - a^2b^2m + 2b^2pm^2 + 2ab^2m^2,$

oder

$\frac{7}{12}a^4b + \frac{1}{3}a^3b^2 + \frac{1}{3}a^3bp = a^2bpm + a^3bm + b^2pm^2 + ab^2m^2,$

oder $\frac{7}{12}a^4b + \frac{1}{5}a^3b^2 + \frac{1}{3}a^3bp = \begin{pmatrix}a^2bp \\ +a^3b\end{pmatrix}m\begin{pmatrix}+ab^2 \\ +b^2p\end{pmatrix}m^2,$

eine Gleichung, die den Werth von m, oder die Entfernung BD, die man finden sollte, wenn die Stange AB sich am leichtesten bewegt, enthält.

§. 65.

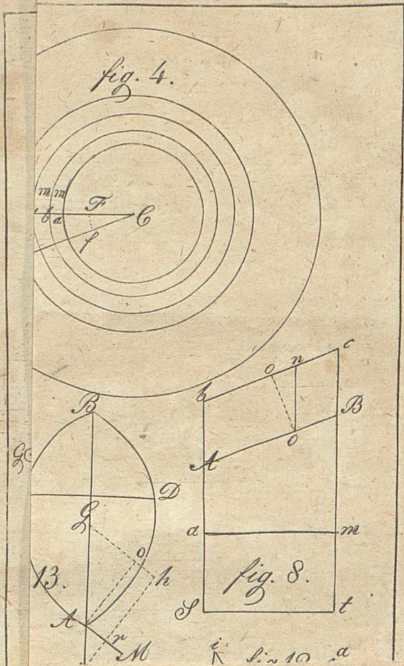
Nimmt man nun an, daß der Körper, der die Stange bey B stößt, unendlich klein sey, wie solches bey den Wassertheilchen, die die Ruderfläche stoßen, der Fall ist, so fallen alle Glieder, in welchen sich p befindet, weg, und man hat $bm^2 + a^2 m = \frac{7}{12} a^3 + \frac{1}{3} a^2 b$, welches eine unvollständige Gleichung vom zweyten Grade ist, woraus man $m = -\frac{a^2}{2b} + \sqrt{\left(\frac{a^4}{4b^2} + \frac{7a^3}{12b} + \frac{1}{3} a^2\right)}$ erhält. Ist nun das Gewicht b des Körpers D in Vergleichung mit der Schwere der Stange a außerordentlich groß, so hat man $m = \sqrt{\frac{1}{3} a^2}$

$\sqrt{\frac{1}{3}a^2}$, oder auch $m = a\sqrt{\frac{1}{3}}$, und da $\sqrt{\frac{1}{3}} = 0,58$, so ist $m = a \times 0,58$, oder $m = \frac{7}{12}a$ beynahe. Folglich muß der Körper D auf $\frac{7}{12}$ der Länge der Stange vom Puncte B angerechnet, befestigt werden, wenn die Stange AB durch die Kraft p am leichtesten gedrehet werden soll; und aus eben dem Grunde muß die größte Weite eines Schiffes auf $\frac{7}{12}$ seiner Länge von hinten angerechnet, liegen, wenn es durch die Kraft des Ruders sich am schnellsten drehen soll.

Delmenhorst,
gedruckt bey Georg Jöntzen.

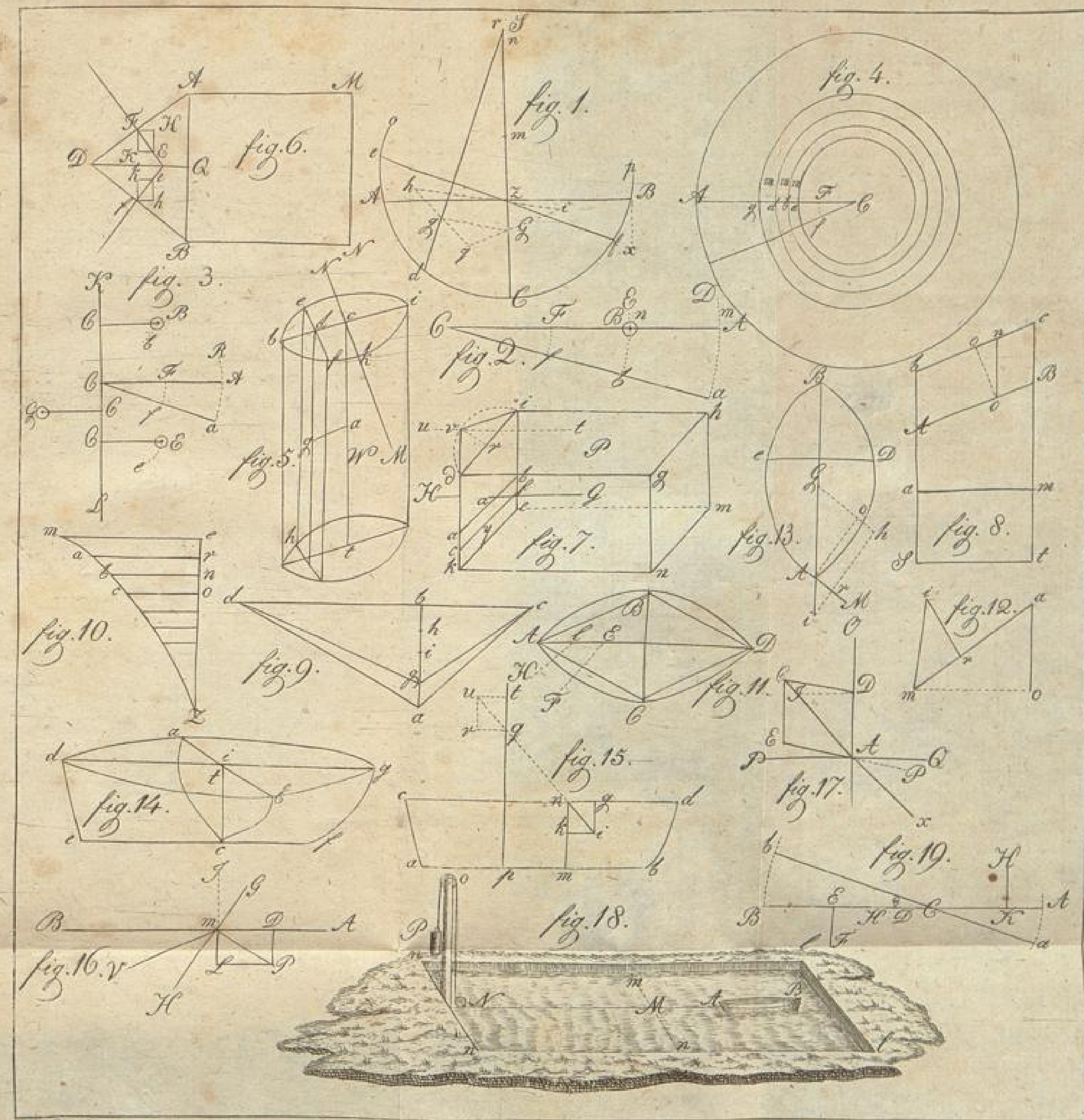
$\frac{1}{5}$, und
= a ×
. Folg:
er Länge
erechnet,
nge AB
gedrehet
Grunde
iffes auf
erechnet,
des Ru:

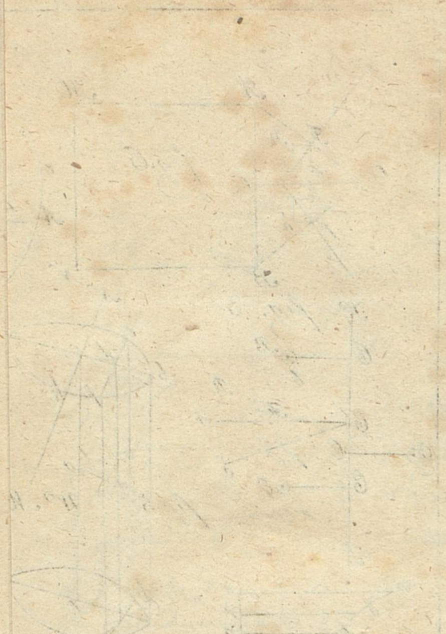
zen.



$\sqrt{\frac{1}{3}a^2}$, oder auch $m = a\sqrt{\frac{1}{3}}$, und da $\sqrt{\frac{1}{3}} = 0,58$, so ist $m = a \times 0,58$, oder $m = \frac{7}{12}a$ beynahe. Folglich muß der Körper D auf $\frac{7}{12}$ der Länge der Stange vom Puncte B angerechnet, befestigt werden, wenn die Stange AB durch die Kraft p am leichtesten gedrehet werden soll; und aus eben dem Grunde muß die größte Weite eines Schiffes auf $\frac{7}{12}$ seiner Länge von hinten angerechnet, liegen, wenn es durch die Kraft des Ruders sich am schnellsten drehen soll.

Delmenhorst,
gedruckt bey Georg Jöntzen.





Braubach.

Seewissen-
schaften.