Vorübungen

zur

Mechanik für Seefahrer

von

Daniel Braubach

öffentlichem Lehrer der Seefahrtkunde in Bremen.

Bremen, 1801.

bey Friedrich Wilmans.

Vorrede.

Daß der wohlthätige Einfluß der Mechanik in den meisten bürgerlichen Geschäften des Lebens am Lande groß und unverkenbar sey, haben Andre vor mir so oft gezeigt und erwiesen, daß jede Wiederholung desselben hier überflüßig und am unrechten Orte seyn würde. — Wenn man den Ursprung dieser Wissenschaft von dem Zeitpuncte ableiten wollte, da man sich des Hebels und anderer einfachen Maschinen bedienet hat, so würde derselbe sich ins graue Alterthum verlieren, und sie würde unfehlbar eben so alt als die Epoche der menschlichen Zusammenlebung seyn müßen. Allein der rohe practische Gebrauch dieser Regeln beruhete noch auf keinen wissenschaftlichen Grundsätzen. Man sieht deutlich aus den Schriften des Aristoteles, daß die Philosophen seiner Zeit noch sehr unvollständige Begriffe von dem Gleichgewichte der Körper gehabt haben müßen. Es ist eine ausgemachte Wahrheit, daß Archimedes erst als der wahre Erfinder der Statik angesehen werden muß. Er war es, der die allgemeine Eigenschaft des Schwerpuncts fand; diesen Punct in verschiednen geometrischen Figuren, z. B. in dem Parallelogramme, Dreiecke u. s. w. bestimmte. Er zeigte, daß zwey an den beiden Enden eines Waagebalkens aufgehängte Gewichte sich umgekehrt, wie ihre Entfernungen von dem Ruhepuncte desselben verhalten müßen, und entdeckte so die ganze Theorie des Hebels. Diese fruchtbare Theorie wandte er nachher auf verschiedne Maschinen, die er selbst erfunden, an. Wir verdanken ihm verschiedene Maschinen, von welchen ich nur die schiefe Fläche hier anführe, welche der Seefahrer so häufig gebrauchen muß.

Verschiedene Geschichtschreiber und unter andern Plutarch schildert uns in der Lebensbeschreibung des römischen Feldherrn Metellus das Schrecken, welches dieser große Mechaniker, bey der Belagerung von Syracusa, durch seine kriegerischen Maschinen in der römischen Armee

mee, welche diese Stadt zu erobern suchte, verbreitete. Alles dieses, sagt Plutarch, verrichtete dieser große Meßkünstler, nicht, um die Schärfe seines Verstandes dadurch zu zeigen; sondern bloß, auf Ansuchen des Königs Hieron, um dem großen Haufen den Einfluß der Geometrie auf die bürgerlichen Geschäfte des Lebens auf eine auffallende Art vor Augen zu legen.

Allein, wie groß auch immer das Verdienst des Archimedes um die Statik mag gewesen seyn, so ist es doch gewiß, daß die Alten sich einzig und allein auf die gleichförmige Bewegung der Körper beschränket, und von der ungleichförmigen Bewegung nicht das Geringste gewußt haben. Galilei war der Erste, der im Anfange des siebzehnten Jahrhunderts das Gesetz der beschleunigten Bewegung bey den fallenden Körpern entdeckte, und diese glückliche Entdeckung leitete ihn auf die Erfindung einer vollständigen Theorie der beschleunigten Bewegung, von welcher man vor ihm keine Begriffe hatte. Huyghens, Wallis und Andre vervollkomneten seine Theorie, und erfanden die wahren Gesetze dieser Bewegung. Sobald der Differential- und Integral-Calcül erfunden war, wandten die neueren Mathematiker denselben auf alle Gegenstände der Größenlehre an, und erhoben dadurch die Mechanik zu dem Grade der Vollkommenheit, auf welchem wir sie jetzt sehen, und den Archimedes selbst sich nicht einmal zu denken würde gewagt haben. —

Allein, wie nützlich auch immer diese Wissenschaft in den bürgerlichen Geschäften des Lebens am Lande seyn mag, so ist sie doch dem Seefahrer, der ihre Prinicipien noch so wenig kennt, in seinen täglichen Berufsgeschäften ungleich nützlicher und unentbehrlicher. Er muß täglich, ja fast augenblicklich, entweder sie, oder die angeerbte, sehr trügliche Praxis seiner Vorfahren befragen, sobald er den Körper seines Schiffes bewegen und die nothwendigen Evolutionen mit demselben vornehmen will. Von der Epoche der Erfindung und des Gebrauches des Seecompaßes an bis zum Ende des 17 Jahrhunderts beschränkte man das ganze Studium der Nautik

auf

auf eine leichte Anwendung der Elementar Geometrie und sphärischen Astronomie; begnügte sich damit, den zurückgelegten Weg des Schiffes auf einer Seecharte nachweisen zu können, und nannte diese in eine wissenschaftliche Form gemodelten Sätze die Navigation, oder Steuermannskunst. Man bedachte nicht, daß es nicht genug sey, die Bewegungen des Schiffes beobachten zu können; sondern, daß man dieselben auch hervorzubringen und nach seinem Willen zu lenken verstehen müßte. Man überließ diesen wichtigen Theil der Nautik ohne alle Einschränkung der Praxis der Seefahrer, die in ganzen Jahrhunderten wenig, oder nichts zur Vervollkomnung desselben beitrug.

Nicht eher, als gegen das Ende des siebzehnten Jahrhunderts wurde die Mathematik auf diesen Gegenstand angewendet. So viel ich weiß, war der Pater Pardies in Frankreich der Erste, der denselben seiner Untersuchung würdig fand, und das Unternehmen nicht für unmöglich hielt. Seine Untersuchung fiel zwar unglücklich aus; allein er machte Andre aufmerksam und verdienet unsern Dank. Nach ihm bearbeitete der Pater Hoste dies Fach, und gründete seine Hypothesen auf sicherere Principien als sein Vorgänger. Nach diesem Leztern bearbeiteten Huyghens, Johann Bernouilli, Pitot, Mac-Laurin und unser großer Landsmann Euler diese Materie, und bereicherten dieselbe mit ihren Entdeckungen. Aber ungleich mehr, als alle diese haben Bouguer und Duhamel zu der Vervollkomnung dieses so nützlichen Theils der Nautik beigetragen.[1]

In unserm deutschen Vaterlande fehlt es dem Seefahrer durchaus an Büchern dieser Art, aus welchen er diesen Theil der Nautik zu erlernen im Stande ist. Es ist freilich wahr, daß meine Leser mich eines groben Mangels an mechanischer Bücherkentniß würden beschuldigen können, wenn ich behaupten wollte, daß das, was ich in diesen kleinen Vorübungen vorgetragen, nicht bereits in manchen Abhandlungen über die Mechanik vorgetragen und erwiesen wäre. Allein, dies behaupte ich keinesweges; ich bin so sehr vom Gegentheile überzeugt, daß ich gerne gestehe, daß manche Sätze und Beweise, die ich für die Fassungskraft meiner

Leser in ein leichteres Gewand gehüllt, von vielen deutschen Schriftstellern ungleich besser und mit einer grösseren mathematischen Schärfe abgehandelt sind. Hätte ich einen deutschen Schriftsteller finden können, der die einem Seefahrer unumgänglich nothwendigen mechanischen Kentniße mit ihrer Anwendung abgehandelt hätte, so hätte ich gewiß das Publicum mit keinem überflüßigen Buche beschweret; denn ich halte von der unnützen Vermehrung der Bücher eben so wenig, als ein Andrer. Allein, da der öffentliche Unterricht der jungen Seefahrer in meiner Vaterstadt, der mir anvertrauet, und der Patriotismus meiner Mitbürger, welchem dieser Unterricht seine Entstehung und Fortdauer verdankt, es mir zur Pflicht machen, diesen Unterricht ihrer Erwartung entsprechend einzurichten: so habe ich diese kleinen Vorübungen so zu bearbeiten gesucht, daß der junge Seefahrer in denselben dasjenige, was er zur Erlernung des Maneuvre unumgänglich wissen muß, in der möglichsten Kürze zusammengedrängt finden könne. Mit einem Worte, diese kleinen Vorübungen sollen als eine Einleitung zu dem von mir im verwichenen Jahre herausgegebenen theoretisch practischem Handbuche zur Erlernung des Maneuvre und der Construction der Seeschiffe dienen; weil in diesem Buche so manches als bekannt vorausgesetzt worden, welches von allen Lesern desselben nicht leicht zu erwarten seyn möchte. Dies ist der Zweck dieser kleinen Vorübungen, den ich bey der Beurtheilung derselben nicht aus den Augen zu verlieren bitte.

Der Verfasser.

Vorübungen zur Mechanik.

§. 1

In der Mechanik betrachtet man einen Körper als aus verschiednen Theilchen der Materie bestehend, welche alle als undurchdringlich angesehen werden. Diese Undurchdringlichkeit ist eine Haupteigenschaft der Materie, und in der Mechanik werden alle Körper blos aus diesem Gesichtspuncte betrachtet.

§ 2.

Wenn die Theile eines Körpers nur mit Mühe von einander getrennet werden können, so heißt ein solcher Körper fest, oder solide; wenn aber die Theile desselben bey der geringsten Berührung weichen, so heißt er flüßig.

§ 3.

Beide, flüßige und harte, oder feste Körper sind schwer, das heißt, streben in einer senk-

senkrechten Linie herabzusinken, wenn sich ihrer Bewegung nichts widersetzet.

§. 4.

Unter der Masse eines Körpers versteht man die Quantität der Materie, aus welcher er bestehet, unter dem Volumen desselben seine geometrische Größe. Die Mechanik betrachtet stets die Masse des Körpers.

§ 5.

Das Verhältniß der Maße zu dem Volumen eines Körpers heißt seine Dichtigkeit. Hat man daher zwey Körper A und B, deren Volumina G u. g und Dichtigkeiten D u. d sind, so hat man:

$$D : d = \frac{A}{G} : \frac{B}{g}$$ und hieraus

$$DG : dg = A : B.$$ *)

§. 6.

Was Bewegung ist, versteht jeder, und es braucht eben so wenig erklärt zu werden, daß das Gegentheil derselben Ruhe sey.

§. 7.

*) Denn gesezt eines Körpers Volumen sei 100 Kubik Fuß, seine Maße oder Gewicht 1000Pfund, so hat man:

$100 F. : 1000 lb. = 1 F. \div \frac{1000}{100} lb. = 10$, also $\frac{A}{G} = D.$

§. 7.

Eine Bewegung heißt gleichförmig, wenn ein Körper vermöge derselben in gleichen Zeiten gleiche Räume durchläuft.

§. 8.

Der Begrif der Geschwindigkeit entspringt aus dem zusammengesetzten Begriffe der Zeit und des durchgelaufenen Raumes, oder besser, die Geschwindigkeit ist der Raum, den der Körper in der Einheit der Zeit durchläuft; z. B. in einer Zeitsecunde. Den Ausdruck der Geschwindigkeit erhält man, wenn man den Raum durch die Zeit theilet; denn gesetzt ein Körper durchliefe 50 Fuß in 5 Secunden, so hat man: 5 Sec. : 50 Fuß = 1 Sec. : x, also $\frac{50}{5} =$ $x = 10$ Fuß, welches die Geschwindigkeit in der Einheit der Zeit ist. Bezeichnet man nun die Geschwindigkeit mit G, Zeit mit Z und Raum mit R, so hat nma $G = \frac{R.}{Z}$ Bedeuten nun r, g u. z bei einem andern Körper das nemliche, so hat man:

$$G : g = \frac{R}{Z} : \frac{r.}{z}, \text{ und hieraus}$$

$G.Z : g.z = R : r$. Man sieht hieraus, daß wenn $G = g$, oder wenn die Geschwindigkeiten gleich sind, auch $Z : z = R : r$, und wenn $Z = z$ ist, $G : g = R : r$ sein muß.

§. 9.

Die ganze Wirkung, welche durch eine Kraft hervorgebtacht wird, muß aus der Größe der Masse des Körpers, den sie bewegt, und aus der Schnellheit, womit sie denselben bewegt, geschätzt werden; weil wir von dem innern Wesen der Kräfte nichts wissen. Sollen nun die Wirkungen zweier Kräfte verglichen werden, so muß man bedenken, daß um einen und denselben Körper in der nemlichen Zeit durch einen doppelten Raum zu bewegen, auch nothwendig eine doppelte Kraft erfordert werde, und daß, um zwey solche Körper, oder einen von doppelter Masse durch den einfachen Weg zu bewegen, ebenfals eine doppelte Kraft erforderlich sey; folglich, daß, um einen doppelt so großen Körper durch einen doppelten Raum in der nemlichen Zeit zu bewegen, eine vierfache Kraft gehöre. Hieraus erhellet also, daß die Grösse der Kraft aus dem Producte der Masse in die Geschwindigkeit ge-

geschätzt werden müße. Allgemeiner erhellet dies also: Da jeder Körper aus einer unendlichen Menge kleiner schweren Theilchen bestehet, welche alle, wenn der Körper bewegt wird, in der nemlichen Zeit einerley Geschwindigkeit erhalten, so muß die Wirkung aller dieser Theilchen aus der Menge derselben multiplizirt in die Geschwindigkeit des bewegten Körpers bestehen; da nun aber die Menge dieser Theilchen nichts anders als die Masse des Körpers selbst ist, so muß die Wirkung der Kraft nothwendig aus dem Producte der Geschwindigkeit in die Masse des Körpers bestehen. Dies Product nennt man in der Mechanik das Moment der Kraft.

§ 10.

Ein mathematischer Hebel ist eine steife Stange ohne Schwere, an welchem man sich drey Puncte nemlich 1) den Punkt, an welchem die Last, 2) denjenigen an welchem die Kraft, und 3) die Stütze, auf welcher er ruht, denken kann.

In der ersten Figur ist a b ein Hebel, P Q die beiden Gewichte, welche in a u. b niederwärts drücken, und c die Stütze. Ist nun ac = bc u. P = Q, und ab um c beweglich, so muß alles um c im Gleichgewichte sein; denn es ist gar kein Grund vorhanden, warum eine Bewegung erfolgen sollte. Denn wollte man z. B. annehmen, daß P sinken sollte, so müßte Q sich erheben; da alles an beiden Seiten von c gleich ist, so kann man eben so gut annehmen, daß auch Q aus eben dem Grunde sinken müße, aus welchem P gesunken; folglich müßte, wenn Q sinket, P sich erheben, also P müßte in einer und derselben Zeit sinken und steigen, welches unmöglich; daher also P und Q am gleicharmigten Hebel um c im Gleichgewichte sein müssen.

§. 11.

Wenn c die Stütze des ungleicharmigten Hebels ab (Fig. 2.) ist, so muß im Stande des Gleichgewichts stets $Q \times ac = P \times bc$ seyn.

Beweis.

Um dies einzusehen, denke man sich den Hebel a b um c in die Lage AB gedrehet, so ist

der

der Bogen a A der Weg, den die Last Q, und Bb der Weg, den die Kraft P beschrieben haben. Da nun beide Wege in gleichen Zeiten beschrieben, so verhalten sich dieselben wie die Geschwindigkeiten (§. 8.), und da nach §. 9. die Momente gleich den Producten aus den Geschwindigkeiten in die Massen, so muß $Q \times Aa = P \times bB$ im Stande des Gleichgewichts seyn. Nun sind aber Aa und Bb ähnliche Zirkelbogen, folglich hat man $Aa : Bb = ac : bc$, also auch $Q \times ac = P \times bc$. W. z. E. W.

§. 12.

Am Hebel der zweiten Art, oder am Traghebel findet das nemliche Statt. Denn auch hier werden, wenn cb (Fig. 3.) in die Lage CB um den Punct c gedrehet wird, in gleichen Zeiten die ähnlichen Bogen Bb und Aa von der Kraft P und Last Q beschrieben, folglich sind auch hier die Momente, nemlich bey P auf- und bey Q niederwärts.

$P \times Bb = Q \times Aa$, oder $P \times bc = Q \times ac$.

§. 13.

Sind am Druckhebel die Last Q und Kraft P (Fig. 4.) nebst der Länge des Hebels ab gegeben, und man soll den Unterstützung Punct c beim Gleichgewicht finden: so setze man $ab = a$, $ac = x$, denn ist $bc = a - x$ und man hat:

$$Q \times x = P\,(a - x) \text{ oder } Pa - Px = Qx$$

$$\text{also } Pa = Qx + Px, \text{ oder } Pa = (P + Q)\,x \text{ und}$$

$$x = \frac{Pa}{P + Q} \text{ oder } ac = \frac{P \times ab.}{P + Q}$$

§ 14.

Der materielle Hebel ist eine schwere unbiegsame Stange, (Fig. 5.) dessen eignes Gewicht bei dem Stande des Gleichgewichts mit in Erwägung gezogen werden muß. Denn es sey in der 5ten Figur ab der Hebel, Q und P die Kräfte, und d der Schwerpunct des Hebels, so muß bey dem Druckhebel, wenn p die Schwere oder das Gewicht von ab anzeigt, und anders ein Gleichgewicht um c Statt finden soll.

$Q \times ac = p \times dc + P \times bc$ sein; folglich kann die Last Q in diesem Falle durch eine geringere Kraft P gehoben werden.

Bei dem Traghebel ac (Fig. 6.) aber ist beim Gleichgewichte $P \times ac = Q \times bc + p \times dc$, daher muß die Kraft P großer sein, weil

das

das Moment $p \times dc$ der Schwere des Hebels noch zu dem niederwärts drückenden Moment der Last Q hinzukömmt.

Exempel beim unschweren Druckhebel.

Wie groß muß die Kraft sein, durch welche eine Last von 500 Pfund an einem Hebel von 12 Fuß, dessen Unterlage von der Last 3 Fuß entfernt ist, im Gleichgewicht erhalten wird? (Fig. 2.). Hier ist $Q = 500$, $ac = 3$ und $bc = 9$ Fuß (§. 11.) und man hat also

$$Q \times ac = P \times bc$$

Dividirt $bc = bc$

$$\text{also } \frac{Q \times ac}{bc} = P, \text{ oder } \frac{500 \times 3}{9} = 166\tfrac{2}{3}\text{lb.}$$

Wie viel Pfund kann man mit einem Hebel von 15 Fuß Länge, dessen Ruhepunct 3 Fuß von der Last absteht, mit 50 Pfund Kraft heben?

$$Q \times ac = P \times bc$$

Dividirt $ac = ac$

$$Q = \frac{P \times bc}{ac}$$

oder

$$Q = \frac{50 \times 12}{3} = 200 \text{ Pfund.}$$

Exempel beim Traghebel.

Bei einem Hebel, der 15 Fuß lang ist, und bei welchem die Last 3 Fuß vom Ruhepnnct hängt, will man wissen, wie viel Kraft erforderlich ist, um 300 Pfund zu heben. (Fig. 3.) Nach §. 12. ist $P \times bc = Q \times ac$, und Q ist $= 300$, $bc = 15$ und $ac = 3$ Fuß, also $\frac{Q \times ac}{bc} = P$, oder $\frac{300 \times 3}{15} = 60$ Pfund.

§. 15.

Wenn ein Druckhebel von 15 Fuß Länge gegeben, an dessen beiden Enden (§. 13.) (Fig. 4.) nemlich bey a eine Last von 300 ℔, und am Ende b eine andre Last P von 25 ℔ wirken, so frägt man wo die Unterlage c sein müße, um beide Lasten im Gleichgewichte zu halten?

Hier ist nach §. 13. $ab = 15$ F., $P = 25$ und $Q = 300$ ℔, also

P

$$\frac{P \times ab}{P + Q} = ac = \frac{25 \times 15}{25 + 300} = \frac{375}{325}$$

$= 1\frac{2}{13}$ Fuß, folglich ac $= 1\frac{2}{13}$ Fuß.

Von der Zerlegung der Kräfte.

§. 16.

Wenn eine Kraft, deren Wirkung durch die Linie Pc (Fig. 7.) ausgedrückt wird, den Körper ab nach der Richtung Pc senkrecht fortzustoßen strebt, oder wenn die Kraft P einen Körper c nach Pc ziehet, so erhält dieser Körper keine seitwärts nach a oder b gehende Bewegung, dies ist, er wird von der Richtung Pc, weder links noch rechts abweichen können.

§ 17.

Wenn aber eine Kraft P (Fig. 8.) den Körper c nach der mit ab schiefen Richtung cP ziehet, so wird derselbe durch diese Bewegung sich um cg von der Linie ab und um Pg = ce von der senkrechten cd entfernen. Der Körper ist also in dem nemlichen Falle in P, als wenn er durch eine Kraft cg von ab abgetrieben und durch eine andre gP = ce von der Senkrechten cd abgestossen oder gezogen wäre. Man kann also die Kraft Pc als eine aus cg und ce zusammengesetzte Kraft ansehen.

§ 18.

Wenn zwey Kräfte P und Q, (Fig. 9.) deren Richtung und Grösse durch die Linien ab und ac ausgedrückt, auf einen Körper a zugleich wirken, so muß derselbe durch beide nach der Diagonallinie ad des Parallelograms bc, welches aus den Richtungen der Kräfte P und Q zusammengesetzt ist, fortgezogen werden. Denn um dies einzusehen, ziehe man be ∥ ad und bf = ae senkrecht auf ad; eben so ziehe man gc ∥ ad und hc = ag senkrecht auf ad; so sind dadurch die beiden Kräfte nach ab und ac in vier andre, nemlich in af und ah, welche beide den Körper nach einerley Richtung ad treiben, folglich von einerley Art sind, und in bf = ae und hc = ag, welche beide leztere senkrecht auf ad wirken, einander entgegen gesetzt sind, und den Körper in der Richtung ad zu erhalten streben, aufgelöset. Nun ist aber

$\triangle abf = \triangle dhc$, folglich $bf = hc$; es ist aber auch $bf = ae$ und $ac = ag$; folglich $ae = ag$, also heben diese beiden Kräfte, da sie nach verschiedenen Richtungen wirken, und gleich sind, einander auf. Nun sind aber noch die beiden andern nach af und ah wirkenden Kräfte zu erwägen, deren Summe $af + ah = ad$ ist, denn da der $\triangle ahc = \triangle bdf$, so muß auch $df = ah$ sein. Nun war aber die Summe beider nach einer Richtung wirkenden Kräfte $=$ $af + ah$, folglich auch, da $ah = df$, diese Summe $= af + df =$ der Diagonallinie ad; also muß die Richtung und Schnellheit des Körpers gleich ad sein.

1. Zusatz.

Wenn zwey Kräfte P und Q, deren Wirkungen durch die Linien ab und ac bezeichnet sind, auf einen Körper a (Fig. 10.) wirken, so verhalten sich diese Kräfte umgekehrt wie die Linien, welche senkrecht auf ihre Richtungen aus einem Puncte der Richtung der aus beiden zusammengesetzten Kraft gezogen werden, nemlich

$$P : Q = gi : gh.$$

Beweis.

Da $ac \parallel$ und $= bd$, so kann man bd auch für die Richtung und Grösse der Kraft Q annehmen, und man hat im $\triangle\, abd : P : Q = ab : bd$, und auch

$$\text{Sin} \angle adb : \text{Sin} \angle bad = ab : bd$$

also $P : Q = \text{Sin} \angle adb : \text{Sin} \angle bad$;

und da $\angle bad = \angle adc$, so ist

$$P : Q = \text{Sin} \angle adb : \text{Sin} \angle adc.$$

Zieht man nun aus g die Linie gi senkrecht auf $bd \parallel ac$, und gh senkrecht auf $dc \parallel ab$, so bezeichnet dg den Radius, gi den Sinus des $\angle adb$, und gh den Sin des $\angle adc$, folglich substituiret; $P : Q = gi : gh$, woraus denn folgt, daß $P \times gh = Q \times gi$ seyn muß.

2. Zusatz.

Auch auf folgende Art läßt sich dieser Satz erweisen. Man ziehe aus d (Fig. 11.) die Linie dm senkrecht auf Pa, die Richtung der Kraft P, und dn senkrecht auf aQ, die Richtung der Kraft Q, so sind die $\triangle\triangle\ mbd$ und ndc ähnlich;

denn

denn $\angle$ mbd = $\angle$ bac
und $\angle$ dcn = $\angle$ bac

folglich $\angle$ mbd = dcn, und da bey m und n rechte Winkel sind, so muß auch $\angle$ mdb = $\angle$ ndc seyn. Nun ist aber Kraft P : Kraft Q = ab : ac, und da ab = dc, und ac = bd, so ist auch P : Q = dc : bd. Wegen $\triangle$ mbd $\sim$ $\triangle$ ndc ist aber auch: dc : bd = dn : dm, folglich P : Q = dn : dm, und hieraus

$$P \times dm = Q \times dn.$$

Von den Rollen.

§. 19.

Eine Rolle ist eine um einen hölzernen oder eisernen Nagel bewegliche Scheibe, vermittelst welcher durch ein um dieselbe gewundnes Seil eine Last durch eine Kraft in die Höhe gezogen wird. (Fig. 12.) Die Rolle ist zweierley Art nemlich 1) die feste Rolle, welche in E befestiget und sich um den Nagel d drehet. Bey dieser kann man den Durchmesser der Rolle AB als einen Hebel ansehen, dessen Ruhepunct in d und an welchem die Kräfte P und Q in gleichen Entfernungen Bd und Ad vom Ruhepuncte wirken, also $Q \times Bd = P \times Ad$, folglich da $Bd = Ad$, muß auch $Q = P$ sein, das ist, die Kraft muß gleich der Last sein.

2) Die bewegliche Rolle, welche zugleich mit der Last Q gehoben wird. (Fig. 13.) Wenn hier die Richtungen der Seile PQ, FQ nicht mit der Richtung der Last cQ parallel sind, so ziehe man ba, welche auf cQ senkrecht ist, welche Linie ba als ein Traghebel, der in b unterstützt ist, angesehen werden kann, an welchem die Last Q in d, senkrecht nach dQ wirkend, die Kraft P aber in a nach der schiefen Richtung a P wirkend, angebracht ist. Zieht man nun aus dem Ruhepuncte b senkrecht auf die Richtung der Kraft aP die Linie be, so ist nach dem Zusatze des 18. §.: $P : Q = bd : be$ oder $da : de$. Nun ist ca senkrecht auf der Tangente aP, folglich $\#$ be und $\Delta\, adc \sim \Delta\, abe$, also $da : be = ac : ab$, also substituirt in $P : Q = da : be$, giebt $P : Q = ac : ab$, nemlich die Kraft verhält sich zur Last, wie der Halbmesser der Rolle zur Sehne des um-

umschlungnen Bogens. Wirken nun beide Seile FQ, PQ in parallelen Richtungen, so ist der umschlungne Bogen 180°, dessen Sehne gleich dem Durchmesser, folglich ist dann die Kraft zur Last wie der Halbmesser zum Durchmesser, dies ist, wie 1 zu 2.

---

§. 20.

Von der schiefen Fläche.

Wenn ein schwerer Körper auf einer gegen den Horizont geneigten Fläche durch eine Kraft, welche mit der Länge der Fläche parallel wirket, im Gleichgewichte erhalten werden soll, so muß sich die Kraft zu der Schwere des Körpers verhalten, wie die Höhe der Fläche zur Länge derselben, oder wie der Sinus der Neigung derselben gegen den Horizont zum Sinus totus.

Beweis.

Es sei abc der Durchschnitt (Fig. 14.) der unter dem ∠ bac geneigten Fläche, ac die Länge derselben. P ein schwerer Körper auf derselben, dessen Gewicht durch die senkrechte

gn

gn ausgedrückt sein mag. Man zerlege gn in ig senkrecht auf ac und gh = in ∥ ac, so ist ig der senkrechte Druck des Körpers gegen die Fläche, welcher durch den Wiederstand derselben aufgehoben wird; es bleibt also nur noch in = gh, womit der Körper herunter zu gleiten strebt, übrig, welchem eine entgegen wirkende Kraft Q von g nach Q das Gleichgewicht halten soll. Man hat also, wenn der ganze Druck nach gn = P und die Roll-Kraft nach gh = in = Q ist:

$$P : Q = gn : in = gh;$$

Nun ist aber $\triangle\, ing \sim \triangle\, abc$, denn $\angle\, ing = \angle\, anm = \angle\, acb$, $\angle\, i = \angle\, b = L$, also auch $\angle\, ign = \angle\, bac$, und daher

$$gn : in = ac : bc, \text{ oder}$$

$$P : Q = ac : bc, \text{ welches das 1te.}$$

Es verhält sich aber auch

$$ac : bc = \text{Sin totus} : \text{Sin} \angle\, bac,$$

folglich auch $P : Q = \text{Sinus tot} : \text{Sin} \angle\, bac$, welches das 2te war.

Nennt man nun den Neigungs Winkel bac = q, und setzt denn Sinustotus

$= 1$. so hat man $P : Q = 1 : \text{Sin } q$, und daher $P \times \text{Sin } q = Q$.

Den Druck nach gi, den die Fläche nach der senkrechten Richtung von P leidet, kann man durch folgendes Verhältniß bestimmen, wenn man diesen Druck p nennt, nemlich:

$P : p = gn : gi$, nun ist aber

$gn : gi = ac : ab$, und

$ac : ab = \text{Sin tot} : \text{Cosin } \angle\, bac$,

folglich $P : p = \text{Rad} : \text{Cosin } \angle\, q$, u. wenn Radius $= 1$, $P : p = 1 : \text{Cosin } \angle\, q$, folglich $P \times \text{Cosin } \angle\, q = p$.

Von der Schifswinde, oder der Spille.

§. 21.

Bei der Bratspille, wo cb (Fig. 15.) den Halbmesser des Rades, oder des Kreises, den die Handspake beschreibt, und ac den Halbmesser der Spille nebst der halben Dicke des Taues vorstellet, ist im Stande des Gleichgewichts: Kraft P : Last $Q = ac : bc$. Denn, um dies einzusehen, kann man sich bca nur

als

als einen Druckhebel vorstellen, an welchem die Kraft P in b, die Last Q in a wirket, und an welchem die Stütze im Puncte c sich befindet, und bei welchem nach (§. 14.) $P \times bc = Q \times ac$ ist, und hieraus $P : Q = ac : bc$.

Exempel.

Gesetzt die halbe Dicke des Spills mit dem halben Taue ac sei = 1 Fuß, von dem Ende der Handspake bis zum Mittelpuncte des Spilles bc = 5 Fuß und P die mittlere Kraft eines Menschen = 60 Pfund, so hat man

$$Q = \frac{P \times bc}{ac} = \frac{60 \times 5}{1} = 300 \text{ ℔}.$$

Winden nun 6 Menschen am Spille, so heben dieselben, wenn man die Reibung ausser Acht läßt, $300 \times 6 = 1800$ Pfund.

Von dem Schwerpuncte.

§. 22.

Unter dem Schwerpuncte versteht man in der Mechanik den Punct, in welchem ein oder mehrere mit einander verbundene Körper unter-

stützt

stützt werden müßen, wenn der Körper oder das ganze System der Körper in Ruhe oder im Gleichgewichte sein sollen.

§. 23.

Wenn Q und P (Fig. 16.) zwei Gewichte sind, welche an der steifen unschweren Linie ab in a und b niederwärts ziehen, und c der Punct ist, um welchen beider Gewichte Momente $Q \times bc$ und $P \times ac$ im Gleichgewichte sind, so ist c der Schwerpunct der Körper P und Q. Nennt man nun $ab = a$, $bc = x$, so ist $ac = ab - bc = a - x$, und im Stande des Gleichgewichts muß $bc \times Q = ac \times P$, dies ist $Qx = Pa - Px$ sein, folglich $Qx + Px = Pa$, oder $x\,(Q + P) = Pa$

$$\text{also } x = \frac{Pa}{Q + P}$$

$$\text{dies ist } \frac{P \times ab}{Q + P} = bc.$$

§. 24.

Um den Schwerpunkt verschiedener an AB (Fig. 17.) hängender Gewichte p, q, r, s und t, zu finden, hat man:

$$\frac{p \times Ah + q \times Ai + r \times Ak + s \times Am + t \times Ao}{p + q + r + s + t} = An.$$

Beweis.

Wenn n der Schwerpunct aller Gewichte ist, so muß: $r \times kn + q \times in + p \times hn = s \times mn + t \times on$ sein

$$\text{Sezt man nun} \left\{\begin{aligned} Ah &= a, \\ Ai &= b, \\ Ak &= c, \\ Am &= d, \\ Ao &= e, \\ An &= x \end{aligned}\right\} \text{ so ist } \begin{aligned} hn &= x - a, \\ in &= x - b, \\ kn &= x - c, \\ mn &= d - x, \\ on &= e - x, \end{aligned}$$

Wenn man diese Werthe in der ersten Gleichung substituirt, so erhält man folgende Gleichungen:

$$r(x - c) + q(x - b) + p(x - a) = s(d - x) + t(e - x),$$

oder

$$rx - rc + qx - qb + px - pa = sd - sx + te - tx;$$

folglich

$$rx + qx + px + sx + tx = sd + te + rc + qb + pa,$$

oder

oder

$$(r + q + p + s + t)\, x = sd + te + rc + qb + pa,$$

folglich

$$x = \frac{sd + te + rc + qb + pa}{r + q + p + s + t}$$

dies ist

$$x = An = \frac{s \times Am + t \times Ao + r \times Ak + q \times Ai + p \times Ah}{r + q + p + s + t}.$$

Folglich ist in n der Schwerpunkt dieser verschiedenen Gewichte, das ist, der Punkt in welchem der Hebel AB im Stande des Gleichgewichts ruhen muß.

---

§. 25.

Den Schwerpunct eines ebenen Dreiecks zu finden.

Wenn man im △ abc (Fig. 18.) eine Seite bc halbiret und von a nach d die Linie ad ziehet, so muß der Schwerpunct in dieser Linie ad liegen, weil, wenn man sich lauter mit bc parallele Linien von bc an nach der Spitze a gezogen denkt, der Schwerpunct einer jeden dieser mit bc parallelen Linien in der Mitte derselben liegen muß, und da ad alle diese Linien halbiret, so muß der Schwerpunct nothwendig in der Linie ad liegen. Halbirt man nun ac und zieht be, so muß der Schwerpunct aller mit ac parallelen Linien in be liegen. Nun haben aber be und ad blos den Punct g gemeinschaftlich, folglich muß der Punct g der Schwerpunct des $\triangle$ abc sein. Man ziehe nun de, so ist de †† ab, weil dc : bd = ce : ae, und $\triangle$ dce $\sim$ $\triangle$ abc, also:

dc : de = bc : ab; da nun aber

dc = $\frac{1}{2}$ bc, so muß auch de = $\frac{1}{2}$ ab

sein, und da $\triangle$ gde $\sim$ $\triangle$ abg, so ist auch: de : ba = dg : ag; da nun de = $\frac{1}{2}$ ab, so muß auch dg = $\frac{1}{2}$ ag sein, folglich ag = 2gd und ad = 3gd, also ag = $\frac{2}{3}$ ad; folglich liegt der Schwerpunct auf $\frac{2}{3}$ ad von der Spitze a abgerechnet.

§. 26.

Um den Schwerpunct des Trapaziums bdec (Fig. 19.) zu finden, halbire man die Seiten bc und de in h und f; ziehe fb, he; man mache $fk = \frac{1}{3} fb$ und $hl = \frac{1}{3} he$, ziehe kl und fh, so ist in ihrem Durchschnitt der Schwerpunct g. Um hg allgemein zu bestimmen, ziehe man km und nl $\parallel$ mit bc und de; denn hat man $fk : fb = fm : fh = km : bh$, also da $fk = \frac{1}{3} fb$, auch $fm = \frac{1}{3} fh$ und $km = \frac{1}{3} bh = \frac{1}{6} bc$. Ferner da $hl : he = hn : hf = nl : fe$, und da $hl = \frac{1}{3} he$, so muß auch $hn = \frac{1}{3} hf$ und $nl = \frac{1}{3} fe = \frac{1}{6} de$ sein, und daher auch $mn = \frac{1}{3} fh$. Nun ist $\triangle kmg \sim \triangle ngl$, und man hat: $km : gm = ln : gn$, und also auch $km + ln : \underbrace{gm + gn}_{mn} = ln : gn$, dies ist $\frac{1}{6} bc + \frac{1}{6} de : \frac{1}{3} fh = \frac{1}{6} de : gn$, folglich $gn = \frac{\frac{1}{3} fh \times \frac{1}{6} de}{\frac{1}{6}(bc + de)} = \frac{\frac{1}{3} fh \times de}{bc + de}$; folglich $hg = hn + gn$, also

$$hg = \tfrac{1}{3} fh + \frac{\tfrac{1}{3} fh \times de}{bc + de} \text{ oder}$$

$$hg = \frac{\tfrac{1}{3} fh\,(bc + de) + \tfrac{1}{3} fh \times de}{bc + de}, \text{ oder}$$

$$hg = \frac{\tfrac{1}{3} fh\,(bc + 2\,de)}{bc + de}.$$

Von der Reibung.

§. 27.

Die Reibung, Friction, ist der Widerstand, den ein wirklich bewegter Körper leidet, wenn er auf einer nicht vollkommen glatten Fläche bewegt wird. Die kleinen Erhöhungen des Körpers drücken sich in die Vertiefungen der Fläche, und umgekehrt; es müssen also, wenn die Bewegung erfolgen soll, diese Erhöhungen entweder aus den Vertiefungen ausgehoben, oder zerbrochen werden. Vermittelst einer schiefliegenden Fläche lassen sich verschiedne Versuche über die Reibung anstellen.

Denn

Denn legt man einen Körper, deßen Gewicht Q (Fig. 20.) heissen mag, auf die schiefe Fläche ac, deren Neigungs Winkel bac $=$ m ist, so ist die Rollkraft womit derselbe von c nach a zu gleiten strebt, nach (§. 20.) $=$ Q $\sin \angle$ m, sein Druck senkrecht gegen diese Fläche ist Q Cosin M, und bezeichnet man die Reibung mit K, das ist, wenn K den Theil des senkrechten Drucks des Körpers anzeigt, der der Reibung gleich ist, so ist der Ausdruck der Reibung KQ Cosin m, welche der Bewegung widersteht. So lange also $Q \sin m < KQ \operatorname{Cosin} m$ ist, erfolgt keine Bewegung; sobald aber $Q \sin m > KQ \operatorname{Cosin} m$ wird, muß der Körper von c nach a gleiten, und die Kraft, mit der er gleiten muß, ist $Q \sin m - KQ \operatorname{Cosin} m$. Erhöhet man nun die Fläche so lange, bis der Körper Q im Begriffe ist zu gleiten, und gleitet derselbe nun, wenn der Neigungswinkel $=$ m, so hat man:

$$KQ \operatorname{Cosin} m = Q \sin m,$$ und hieraus

$$K = \frac{Q \sin m}{Q \operatorname{Cosin} m} = \frac{\sin m}{\operatorname{Cosin} m} = \operatorname{tang} m.$$

Fände man nun z. B., daß der $\angle m$ $= 18^\circ 26'$ wäre, so ist $K = \text{tang } 18^\circ 26'$ $= 0,333 \ldots = \frac{3}{10}$, beinahe $= \frac{1}{3}$ des senkrechten Drucks des Körpers oder $\frac{1}{3}$ Q Cosin m.

---

§. 28.

Von der Festigkeit der Materialien.

Wenn man einen Körper in verticaler Lage mit seinem obern Ende befestiget, und an das untre Ende desselben ein Gewicht hängt, welches bei der geringsten Vermehrung den Körper auseinander reißt, so nennt man dies Gewicht nebst dem Gewichte des abgerißnen Stücks die absolute Festigkeit des Körpers. Befestigt man aber einen Körper z. B. ein Prisma, in horizontaler Lage an dem einen Ende, und hängt an das andre Ende desselben ein solches Gewicht, welches bei der geringsten Vermehrung den Körper abbricht, so ist dies Gewicht nebst dem halben Gewichte des abgebrochenen Stücks des Körpers relative Festigkeit.

§ 39.

Die absoluten Festigkeiten zweier Körper von einerley Materie verhalten sich zu einander wie die kleinsten senkrechten Durchschnitte der Körper.

Denn, daß bei gleichförmig dichten herabhängenden Körpern der Riß in dem kleinsten horizontalen Durchschnitte geschehen müsse, erhellet daher, weil daselbst die kleinste Anzahl der zu trennenden Fasern sind. Ist nun bei einem abgerißnen Körper die Fläche, worinn der Riß geschahe, $= f$ und seine absolute Festigkeit $= p$, bei einem andern gleichartigen Körper aber die Trennungsfläche F und seine absolute Festigkeit $= P$ und wenn $F = nf$, so muß auch $P = np$ sein; weil in diesem Fälle, um eine n mal größere Anzahl Fäsern zu trennen, auch nothwendig eine n mal größere Kraft erforderlich ist. Da nun $P = np$ sein muß, wenn $F = fn$ ist: so muß $P : p = F : f$ sein, und daher, wenn f und p aus einem Versuche bekannt und F gegeben, so muß $P = \frac{p}{f} \times F$ seyn.

Hierdurch lassen sich nun sehr bequem die Stärke der Tauen untersuchen, deren Durchschnittsflächen Kreise sind, die sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten. Nimmt man nun nach Muschenbrocks genauen Versuchen für wahr an, daß ein Seil, dessen Durchmesser 3 Zoll rheinländisch war, mit einer Last von 7800 Pfund beschwert werden mußte, ehe es brach, so hat man für ein Seil, deßen Durchmesser $=$ 6 Zoll folgendes Verhältniß:

$$3^2 : 6^2 = 7800 : x$$

oder

$$\frac{9}{1} : \frac{36}{4} = 7800 : x$$

also $x = 31200$ Pfund,

welches die Last ist, welche ein Seil, deßen Durchmesser 6 Zoll ist, zu tragen vermag.

§ 30.

Die relativen Festigkeiten zweier Körper von einerley Materie verhalten sich wie die Trennungsflächen multiplicirt mit dem Abstande ihres Schwerpuncts von dem Unterstützungspuncte, wo der Bruch sich endiget, getheilt durch die Längen der Körper.

Denn

Denn es sey in der 21ten Figur der Körper AB mit dem einen Ende in einer verticalen Mauer befestiget, und ein Gewicht v, welches am andern Ende an B hängt, breche bey der geringsten Vermehrung das Stück AB ab, und die Trennungsfläche AC sei = f. Nun sey die absolute Festigkeit des Körpers = p, welche man sich im Schwerpuncte der Trennungsfläche, in G, in der Erhöhung CG = a, vereinigt vorstellen kann, so daß diese absolute Festigkeit p vermittelst des Hebelarms GC das Abbrechen des AB durch ihr Moment $p \times GC$ hindert, wo C der Ruhepunct des Hebels ist. Die Kraft v, wozu noch das halbe Gewicht des Körpers AB kömmt, wenn derselbe prismatisch, oder zylindrisch ist, am Hebelarm CB = l ist am Winkelhebel ACB mit p im Gleichgewichte, und man hat also $v \times BC = p \times CG$ oder wenn $BC = l$ ist, $vl = pa$, folglich auch $v = \frac{pa}{l}$.

Aus der nemlichen Ursache, wenn bey einem andern Körper, dessen Trennungsfläche F ist, die absolute Festigkeit = P, die Erhöhung des

 Schwer-

Schwerpuncts $= A$ und die Länge $= L$, ist dessen relative Festigkeit

$$V = \frac{PA}{L}, \text{ folglich auch:}$$

$$v : V = \frac{pa}{l} : \frac{PA}{L}.$$ Nun ist aber nach dem vorigen Paragraph

$$p : P = f : F, \text{ folglich auch}$$

$$v : V = \frac{fa}{l} : \frac{FA}{L}.$$

§. 31.

Bei zwei Balken von einerley Art verhalten sich die relativen Festigkeiten wie die Quadrate der Höhen multiplicirt mit den Breiten (dies ist mit den Seiten, auf welchen sie liegen) getheilt durch die Länge der Balken. Denn wenn die Höhen derselben $= A, a$, die Breiten $= B, b$, und Längen $= L, l$ sind, so sind ihre Trennungsflächen $= AB, ab$, die Erhöhungen ihrer Schwerpuncte $= \frac{1}{2} A$ und $\frac{1}{2} a$, also hier

$$v : V = \frac{ab.\frac{1}{2}a}{l} : \frac{AB.\frac{1}{2}A}{L}$$

$$= \frac{a^2 b}{l} : \frac{A^2 B}{L}.$$

Sind nun a, b, l und v aus einem vorabgehenden Versuche bekannt, so läßt sich auch aus A, B und L die gesuchte relative Festigkeit V finden; denn da $v : V = \frac{a^2 b}{l} : \frac{A^2 B}{L}$,

so ist $V \times \frac{a^2 b}{l} = v \times \frac{A^2 B}{L}$ und

$$V = \frac{v \times A^2B}{L} : \frac{a^2 b}{l} = \frac{v \times A^2B}{L} \times \frac{l}{a^2 b}$$

$= \frac{vl}{a^2 b} \times \frac{A^2 B}{L}$. Hat man nun z. B. gefunden, daß ein viereckigter Stab, der 1 Zoll dick, 2 Zoll breit und 36 Zoll lang ist, 80 ℔ tragen kann, ehe er bricht, so ist v = 80, l = 36 Zoll, a = 1 Zoll und b = 2 Zoll, also der beständige Coefficient $\frac{vl}{a^2 b} = \frac{80 \times 36}{1 \times 2} = 1440.$

Will

Will man nun wissen, wie viel ein Balken, der an einem Ende befestiget ist, am andern Ende tragen kann, wenn seine Länge 30 F. Breite 18 Zoll und Dicke 10 Zoll, so hat man hier L = 30 Fuß, A = 10' und B = 18', also

$$V = \frac{vl}{a^2 b} \times \frac{A^2 B}{L} = 1440 \times \frac{10^2 \times 18}{360} = 1440$$

$$\times \frac{1800}{360} = 1440 \times 5. = 7200 \text{ Pfund.}$$

Dies würde nun der Balken tragen können, wenn er selbst keine Schwere hätte. Da nun aber der Balken selbst, wenn man den Kubikfuß zu 42 Pfund rechnet, 1590 Pfund wiegt, so muß die Hälfte dieses Gewichts, oder 795 ℔ von 7200 ℔ abgezogen werden, und man erhält 6405 Pfund für das Gewicht, welches dieser Balken in einer Entfernung von 30 Fuß tragen kann.

§. 32.

Aus der Gleichung $V = \frac{vl}{a^2 b} \times \frac{A^2 B}{L}$ des vorigen §. folget ferner:

VL

$$VL = \frac{vl}{a^2 b} \times A^2 B, \text{ und } VL : \frac{vl}{a^2 b} =$$

$A^2 B$, oder $\dfrac{VL}{\frac{vl}{a^2 b}} = A^2 B$ und wenn man

den beständigen Coefficienten $\dfrac{vl}{a^2 b} = m$ setzt,

$\dfrac{VL}{m} = A^2 B$, eine Gleichung, aus der wenn die Länge des Balkens nebst dem Gewichte, was er zu tragen hat, gegeben sind, die Dicke desselben sich bestimmen läßt. Denn gesetzt, man wollte wissen, wie dick ein Balken seyn muß, der in einer Entfernung von 30 Fuß 5000 Pfund tragen könne. Man hat hier also $\dfrac{VL}{m} = A^2 B$, und wenn man für V 5000, für L 30 Fuß, oder 360 Zoll, und für m aus dem vorhergehenden §. 1440 setzt, so wird aus $\dfrac{VL}{m} = A^2 B$, $\dfrac{5000 \times 360}{1440} = A^2 B$, oder $1250 = A^2 B$. Soll die Breite des Balkens nun 10 Zoll sein, so hat man 1250

$= A^2$

$= A^2 \times 10$, oder $\frac{1250}{10} = A^2$ oder $125 = A^2$ und $\sqrt{125} = A$, also A, oder die Dicke des Balkens beinahe 11, 2 Zoll.

§. 33.

Sind die Körper zylindrisch, so sind ihre Trennungsflächen Kreise, folglich $A = B$, weil alle Radien des Kreises einander gleich sind, und der Schwerpunct der Kreisfläche im Mittelpunct liegt, also wird aus dem Verhältniße

§ 31. $V : v = \frac{A^2B}{L} : \frac{a^2b}{l}$ dieses

$V : v = \frac{A^3}{L} : \frac{a^3}{l}$. Es verhalten sich also bei zylindrischen Körpern die relativen Festigkeiten wie die Kubi ihrer Durchmesser. Man hat also: $V \times \frac{a^3}{l} = v \times \frac{A^3}{L}$ oder

$V = v \times \frac{A^3}{L} : \frac{a^3}{l}$ oder $V = v \times \frac{l}{a^3} \times \frac{A^3}{L}$ oder $V = \frac{vl}{a^3} \times \frac{A^3}{L}$

wo

wo $\frac{vl}{a^3}$, den wir m gleich setzen können, wie derum ein unveränderlicher Coefficient ist, der durch Versuche bestimmt werden muß. Nimmt man nun nach Muschenbrock an, daß ein zylindrischer fichtener Stab, dessen Durchmesser 1 Zoll hält, in einer Entfernung von 1 Fuß vom Befestigungspuncte ein Gewicht von 120 ℔ tragen kann, und verlangt zu wißen, wie viel Gewicht ein rundes Stück Holz in einer Entfernung von 20 Fuß tragen kann, dessen Durchmesser 10 Zoll ist, so hat man $v = 120$ ℔, $l = 12$ Zoll, $a = 1$ Zoll, $L = 240$ Zoll, $A = 10$ Zoll, folglich $V = \frac{vl}{a^3} \times \frac{A^3}{L}$

oder $V = \frac{120 \times 12}{1^3} \times \frac{10^3}{240}$ oder $V = \frac{1440}{1}$

$\times \frac{1000}{240} = 6000$ Pfund, welches Gewicht der runde Holz Körper in einer Entfernung von 20 Fuß, wenn er selbst ohne Gewicht wäre tragen könnte, und wovon das halbe Gewicht des Körpers noch abgezogen werden muß.

Von

Von der gleichförmig beschleunigten Bewegung.

§. 34.

Eine Bewegung heißt beschleunigt, wenn der bewegte Körper jeden Augenblick einen neuen Zuwachs der Geschwindigkeit erhält; gleichförmig beschleunigt heißt dieselbe, wenn der Körper in gleichen Zeiten auch einen gleichen Zuwachs der Geschwindigkeit erhält.

§. 35.

Bey einer gleichförmig beschleunigten Bewegung, müßen sich die Geschwindigkeiten wie die Zeiten verhalten. Denn da der Körper bey jedem gleichen Zeitaugenblicke einen gleichen Eindruck, und demzufolge einen neuen gleichen Grad der Geschwindigkeit erhält, so muß auch die Summe dieser neuen Grade oder Zuwachse der Summe der Zeitaugenblicke gleich sein, folglich müßen die Geschwindigkeiten, vom Anfange der Bewegung angerechnet, sich wie die Zeiten verhalten.

§. 36.

Der während einer gewissen endlichen Zeit t mit einförmig beschleunigter Geschwindigkeit durchlaufene, oder durchgefallene Weg oder Raum e ist nur halb so gros als der, in der nemlichen Zeit mit gleichförmiger Bewegung und mit der Geschwindigkeit u, die der Körper am Ende der Zeit t durch die beschleunigte Bewegung würde erhalten haben, durchgelaufene Raum.

Denn, wenn man sich vorstellt, daß die Zeit t in eine unendliche Menge gleicher Augenblicke getheilt sey, so müßen die Geschwindigkeiten am Ende dieser auf einander folgenden Augenblicke nach folgender arithmetischen Progression fortschreiten, in welcher u die Geschwendigkeit, die am Ende von t erhalten ist, und das Zeichen ∞ eine unendlich große Zahl andeutet, nemlich $1\frac{u}{\infty}, 2\frac{u}{\infty}, 3\frac{u}{\infty}, 4\frac{u}{\infty}, \ldots \infty\frac{u}{\infty} = u$. Da nun während jedem unendlich kleinen Zeitaugenblick die Bewegung als gleichförmig angesehen werden kann, so muß sich auch der durchgelaufene Raum in jedem dieser gleichen Zeittheilchen wie die Geschwindigkeit verhalten, die der Körper alsdann hat. Folglich drückt in dieser arithmetischen Progression, welche die Geschwindigkeiten des Körpers andeutet, auch jedes Glied den correspondirenden Raum aus, und die Summe dieser Glieder zeigt den ganzen während der Bewegungszeit t durchlaufenen Raum an. Nun ist aber die Summe dieser Progression gleich $\frac{1.u}{\infty} + \infty . \frac{u}{\infty}$ oder $= \frac{u}{\infty} + u$, dies ist, gleich der Summe des ersten und letzten Gliedes multiplizirt durch die halbe Anzahl der Glieder, dies heißt, durch die halbe Anzahl der kleinen Zeittheilchen, oder durch $\frac{1}{2}$ t; Folglich wird der ganze Raum vorgestellet durch $\left(\frac{1.u}{\infty} + u\right) \times \frac{t}{2}$, welches $= \frac{ut}{2}$ weil $\frac{u}{\infty}$ so viel als o ist. Nun ist aber bey einer gleichförmigen Bewegung, wenn t die Zeit, u die Geschwindigkeit und e den Raum vorstellet, e = ut, folglich $\frac{ut}{2}$ die Hälfte desselben.

§. 37.

Die durch eine gleichförmig beschleunigte Bewegung durchlaufenen Räume verhalten sich vom Anfange der Bewegung angerechnet, wie die Quadrate der darauf zugebrachten Zeiten, oder wie die Quadrate der am Ende dieser Zeiten erhaltenen Geschwindigkeiten.

Denn, wenn man in der im vorigen §. gefundenen Formel $e = \frac{ut}{2}$ anstatt u sein gleiches substituiret, weil bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung die Zeiten sich wie die Geschwindigkeiten verhalten, so erhält man $e = \frac{tt}{2}$, und wenn man in $e = \frac{ut}{2}$ anstatt t sein gleiches u setzt, $e = \frac{uu}{2}$. Ist nun bei einem andern Körper die Fallzeit = T, der Raum = E und die Geschwindigkeit = U, so hat man ebenfals $E = \frac{TT}{2}$ und $E = \frac{UU}{2}$, folglich auch $e : E = \frac{t^2}{2}$

$$: \frac{T^2}{2} = \frac{u^2}{2} : \frac{U^2}{2}$$ oder $e : E = t^2 : T^2 = u^2 : U^2$.

§. 38.

Nun erhellet es aber aus den durch Galilei, Riccioli, Huyghens und Newton häufig angestellten Versuchen, daß ein freifallender Körper in der Nähe der Erde in seinem Falle Räume durchläuft, die sich zu einander wie die Quadrate der dazu verwendeten Zeiten verhalten. Folglich ist die Schwerkraft, wenigstens in der Nähe der Erde, eine gleichförmig beschleunigende Kraft. Ferner fand Huyghens, daß ein freifallender Körper in der ersten Secunde seines Falles einen Raum von 15, 625 rheinländischen Füßen durchlief. Bezeichnet man nun diesen Raum mit g, so laßen sich verschiedene Aufgaben, die Schwerkraft betreffend, leicht auflösen.

§. 39.

1) Aufgabe.

Die Fallzeit t eines Körpers sey in Secunden gegeben, man soll den durchgefallnen Raum e finden.

Hier

Hier muß $e = gt^2$ sein; denn wenn g den in einer Secunde durchgefallnen Raum bedeutet, so hat man nach §. 37. $1^2 : t^2 = g : e$, folglich $e = gt^2$, und ferner $t^2 = \frac{e}{g}$, also $t = \sqrt{\frac{e}{g}}$. Will man nun wissen wie tief ein Körper in einer Minute oder 60 Secunden fallen muß, so hat man $e = gt^2$ oder $e = 15,6 \times 60^2 = 15,6 \times 3600 = 56160$ Fuß.

§. 40.

Wenn die Zeit t gegeben ist, um die Geschwindigkeit u zu finden.

Hier muß $u = 2gt$ sein, denn da der Körper, sobald die Beschleunigung aufhöret, mit der erhaltenen Geschwindigkeit gleichförmig fortgehen wird, und in der Zeit t den Raum $2e = 2gt^2$ zurücklegen würde (§. 36.), so muß, da bey einer gleichförmigen Bewegung $e = ut$ ist, auch $ut = 2gtt$ sein, und daher $u = \frac{2gtt}{t} = 2gt$; und hieraus $t = \frac{u}{2g}$.

Wenn also ein Körper 10 Secunden lang gefallen, so findet man seine Geschwindigkeit also: $u = 2gt$, folglich $u = 2 \times 15,6 \times 10 = 31,2 \times 10 = 312,0$ oder 312 F., dieß will sagen, daß der Körper durch den Fall während 10 Secunden eine Geschwindigkeit erhalten, mit welcher er in einer Secunde mit einer gleichförmigen Bewegung 312 Fuß durchzulaufen im Stande ist.

§ 41.

Wenn der Raum e, den ein Körper durchfällt, bekannt ist, seine erhaltene Geschwindigkeit zu bestimmen.

Hier muß $u = 2\sqrt{ge}$ sein, denn, da nach (§. 39.) $t = \sqrt{\frac{e}{g}}$, und auch $t = \frac{u}{2g}$ nach § 40., so muß auch, wenn man beide Werthe von t gleich setzt $\frac{u}{2g} = \sqrt{\frac{e}{g}}$ sein, und hieraus $u = \frac{2g\sqrt{e}}{\sqrt{g}}$ oder $u =$

$2\sqrt{g}$

$\frac{2\sqrt{g} \times \sqrt{g} \times \sqrt{e}}{\sqrt{g}}$, und wenn man durch $\sqrt{g}$ oben und unten dividirt $u = 2\sqrt{ge}$.

Quadrirt man diese letzte Gleichung, so ist $u^2 = 4ge$, und endlich $e = \frac{u^2}{4g}$, welches der Raum ist, den ein Körper durchfallen muß, um eine gewisse bestimmte Geschwindigkeit u zu erhalten.

Wenn ein Körper eine Geschwindigkeit erhalten soll, mit welcher er gleichförmig 10 Fuß in einer Secunde sich bewegen kann, wie hoch muß er herabfallen? Hier ist $e = \frac{u^2}{4g}$,

also $e = \frac{10^2}{4 \times 15,6} = \frac{100}{62,4} = 1,7$ Fuß.

---

§. 42.

Von den Flaschenzügen.

Im Stande des Gleichgewichts bey dem Flaschenzuge verhält sich die Kraft (Fig. 22.)

P, welche an einem Ende des Seils zieht zur Last Q, wie die Einheit, oder 1, zur Anzahl der Seile in der untern beweglichen Flasche, an welcher die Last Q hängt.

Denn, da hier alle Seile gleich stark gespannt sind, so trägt jedes Seil einen gleich großen Theil der Last und zwar denjenigen Theil, welcher herauskömt, wenn man die Last Q mit der Zahl der Seile, an welchen die Last hängt und welche n heißen mag, dividiret, also trägt jedes dieser Seile $\frac{1}{n}$ Q der Last, nun hält die Kraft P diesem $\frac{1}{n}$ Q das Gleichgewicht, wenn

$$P = \frac{1}{n} Q \text{ ist, folglich } P : Q = 1 : n.$$

Auch läßt sich dieser Satz auf folgende Art beweisen. An dem Hacken a, wo das Seil zuletzt befestiget ist, hält die Kraft P an der untersten Rolle in der obern festen Flasche bloß einer eben so großen Kraft P das Gleichgewicht, weil diese Rolle fest ist, an der Rolle 2 hält sie

einer

einer zweifachen Last oder 2 P das Gleichgewicht, und an der Rolle 4 hält sie wiederum einer doppelten Last oder 2 P das Gleichgewicht. Es ist also P mit P + 2 P + 2 P, oder mit 5 P im Gleichgewichte; ist daher Q = 5 P, so ist auch P mit Q im Gleichgewichte, und man hat P : Q = 1 : 5, nemlich wie 1 zur Zahl der Seile, woran die bewegliche Flasche mit der Last hängt.

---

§. 43.

Von der relativen Reibung.

Man ist in der Mechanik gewohnt, die Reibung in eine absolute und relative zu unterscheiden; unter der erstern versteht man diejenige, welche entstehet, wenn ein Körper unmittelbar mit seiner Grundfläche über einen andern Körper bewegt wird, und wenn dieselbe ohne Beihülfe eines Hebels wirket; die relative aber entstehet, wenn die absolute Reibung vermittelst eines Hebelarms bei der Bewegung eines Körpers einen Widerstand verursachet. Diese leztre Reibung findet vorzüglich bei den Zapfen der Winde und den Nägeln der Rollen statt, wo dieselbe am Umfange des Nagels bei F (Fig. 23.) nach der Richtung FG der Bewegung der Rolle widerstehet.

§. 44.

Soll man nun bey einer festen Rolle in der 23ten Figur eine Kraft V berechnen, welche einer Last Q samt der Reibung das Gleichgewicht hält, so verfahre man also:

Es sey der Halbmesser der Rolle $CA = A$, der Halbmesser des Nagels $CD = a = CF$, das Gewicht der Rolle mit dem Seile $= q$, die Last am Seile $BQ = Q$, die, diese Last ohne Reibung im Gleichgewichte zu halten, erforderliche Kraft $= P$ und die am Seile AP erforderliche Kraft, um der Reibung am Nagel das Gleichgewicht zu halten, sey $= p$: so leidet der Nagel einen Druck, der $= P + Q + p + q$ ist, oder wegen $P = Q$ (§. 16.) $= 2Q + p + q$. Nennt man nun denjenigen Theil des Drucks, der der Reibung gleich ist k, so ist die Reibung $= k\ (2Q + p + q)$,

welche

welche in F, nach der Richtung FG, am Hebelarme FC sich der Umdrehung der Rolle widersetzt, und das Moment dieser Reibung ist also $ak\,(2Q + p + q)$; das Moment der Kraft p aber, welches in A, am Hebelarme AC dieser Reibung das Gleichgewicht halten kann, ist $= Ap$, und man hat im Stande des Gleichgewichts $Ap = ak\,(2Q + p + q)$, und hieraus die dieser Reibung das Gleichgewicht haltende Kraft $p = \frac{ak\,(2Q + q)}{A - ak}$; denn man erhält, wenn man das zweite Glied der 1 Gleichung multipliziret, $Ap = 2\,akQ + akp + akq$, und wenn man

$akp = akp$ subtrahirt,

$Ap - akp$, oder $p\,(A - ak) = (2Q + q)\,ak$,

und $p = \frac{ak\,(2Q + q)}{A - ak}$. Nun war aber die Kraft, welche die Last Q ohne Reibung im Gleichgewicht hielt $= P = Q$, folglich muß die ganze Kraft $= V = Q + p$ sein, und wenn man den eben gefundenen Werth für p setzt, $V = Q + \frac{ak\,(2Q + q)}{A - ak}$, oder den Bruch

gehoben,

gehoben, $V = \frac{AQ - akQ + 2akQ + akq}{A - ak}$

$= \frac{AQ + akQ + akq}{A - ak} = \frac{ak(Q + q) + AQ}{A - ak}$.

Nun ist gewöhnlich q in Vergleichung mit V und Q sehr unbedeutend, und kann also füglich aus der Formel weggelassen werden, daher denn $V = \frac{(ak + A) Q}{A - ak}$.

§. 44.

Soll man die Kraft V bestimmen, welche an der beweglichen Rolle einer gegebenen Last Q das Gleichgewicht hält, so verfahre man also:

Wenn man die an der beweglichen Rolle angebrachte Last Q (Fig. 24.) nennt, so wird im Stande des Gleichgewichts das Seil BF mit $\frac{1}{2}Q$ und das Seil AG mit $\frac{1}{2}Q + p$ gespannt, wenn p das Gewicht ist, welches am Seile AG der Reibung das Gleichgewicht hält; der gesammte Druck am Nagel ist also $\frac{1}{2}Q + \frac{1}{2}Q + p = Q + p$, und die Reibung also $k(Q + p)$, und wenn der Halbmeßer des Nagels

wie=

drum $= a$, so ist ihr Moment $= ak\,(Q + p)$, das diesem Momente gleichgeltende am Halbmesser der Rolle, der $= A$, ist Ap, also $Ap = ak\,(Q + p)$, oder $Ap = akQ + akp$, und hieraus $Ap - akp = akQ$ oder

$$(A - ak)\,p = akQ, \text{ und } p = \frac{akQ}{A - ak}.$$

Ferner ist, um die Last Q im Gleichgewichte ohne Reibung zu erhalten, eine Kraft $P = \frac{1}{2}Q$ erforderlich (§. 16.), folglich ist die gesuchte Kraft, welche am Seile AG der Last Q sammt der Reibung das Gleichgewicht zu halten vermag,

$$\text{oder } V = P + p = \tfrac{1}{2}Q + \frac{akQ}{A - ak}, \text{ oder}$$

wenn man einen uneigentlichen Bruch daraus macht,

$$= \frac{\frac{1}{2}AQ - \frac{1}{2}akQ + akQ}{A - ak} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2}AQ + \frac{1}{2}akQ}{A - ak} = \tfrac{1}{2}Q\left(\frac{A + ak}{A - ak}\right).$$

Nach §. 43. war nun bei einer festen Rolle, wie hier G ist, wenn am Seile AG eine Last, die wir V′ nennen wollen, hängt, am Seile GP

zum

zum Gleichgewicht mit dieser Last samt der Reibung eine Kraft erforderlich, die daselbst $= \frac{ak(Q \pm q) \pm AQ}{A - ak}$ war, und setzt man V statt Q so hat man $\frac{ak(V \pm q) \pm AV}{A - ak} = V'$.

Läßt man nun q gegen V wegfallen, so ist $V' = V. \left(\frac{A \pm ak}{A - ak}\right)$. Nun wurde aber V so eben gefunden, $V = \frac{1}{2} Q \left(\frac{A \pm ak}{A - ak}\right)$. Folglich wenn man statt V diesen Werth substituiret $V' = \frac{1}{2} Q \left(\frac{A \pm ak}{A - ak}\right) \times \frac{A \pm ak}{A - ak})$ oder $V' = \frac{1}{2} Q \left(\frac{A \pm ak}{A - ak}\right)^2$. Folglich ist am Seile GP, um Q samt der Reibung im Gleichgewichte zu halten, eine Kraft erforderlich, die gleich $V' = \frac{1}{2} Q \left[\frac{A \pm ak}{A - ak}\right]^2$ ist.

§. 45.

An der beweglichen Rolle in der Figur bey § 44., ist die Spannung, womit das Seil BF

durch

durch die Last gezogen wird $= \frac{1}{2}Q$, und die zum Gleichgewichte mit dieser Spannung samt der Reibung am andern Seile AG erforderliche Kraft ist $V = \frac{1}{2}Q\left[\frac{A + ak}{A - ak}\right]$. An der festen Rolle §. 43. ist die Spannung des Seils $BQ = Q$, und die zum Gleichgewichte mit dieser Spannung samt der Reibung am andern Seile AP erforderliche Kraft wurde §. 43. gefunden $V = Q\left[\frac{A + ak}{A - ak}\right]$. Man siehet aus der Vergleichung der beiden Formeln $V = \frac{1}{2}Q\left[\frac{A + ak}{A - ak}\right]$ und $V = Q\left[\frac{A + ak}{A - ak}\right]$ wo Q und $\frac{1}{2}Q$ die Spannungen des Seiles anzeigen, daß in beiden Rollen alles auf die Spannung des Seils ankömmt, welche der veränderliche Factor in dem Producte $Q \times \left(\frac{A + ak}{A - ak}\right)$ oder $\frac{1}{2}Q \times \left(\frac{A + ak}{A - ak}\right)$ ist. Folglich ist, so wol bei der festen, als auch bei der beweglichen Rolle, wenn man die Spannung des einen Seils X nennt, am andern Seile, um dieser Spannung sammt der Reibung

bung das Gleichgewicht zu halten, eine Kraft erforderlich, welche $= V = X. \frac{(A \mp ak)}{(A - ak)}$ ist.

§. 46.

Nun ist es leicht auch am Flaschenzuge (§. 42.) die Kraft V zu berechnen, welche einer gegebnen Last Q samt der Reibung das Gleichgewicht halten kann. Man nehme an, daß die Last Q, wozu noch das Gewicht der untern Flasche gerechnet werden muß, an n Selien hängt, (da hier vier Seile sind, so ist $n = 4$) so ist die Spannung des 1 ten Seils a $1 = \frac{1}{n} Q$, dazu ist nun zum Gleichgewichte am andern Seile, wegen der Rolle 1., die Reibung mit eingerechnet, eine Kraft erforderlich, welche $= \frac{1}{n} Q \frac{(A \mp ak)}{(A - hk)}$ nach §. 45., welche = $\mathfrak{A}$ sein mag, so groß muß denn auch die Spannung des Seiles 1 - 2 sein. Um dieser Spannung $\mathfrak{A}$ samt der Reibung an der zweiten Rolle, am Seile 2 - 3 das Gleichgewicht zu halten, ist eine Kraft erforderlich,

lich, welche $= \mathfrak{A} \left[\frac{A + ak}{A - ak} \right]$; da aber $\mathfrak{A}$

$$= \frac{1}{n} Q \left[\frac{A + ak}{A - ak} \right], \text{ so ist } \mathfrak{A} \left[\frac{A + ak}{A - ak} \right]$$

$$= \frac{1}{n} Q \times \left[\frac{A + ak}{A - ak} \right] \times \left[\frac{A + ak}{A - ak} \right]$$

$$= \frac{1}{n} Q \times \left(\frac{A + ak}{A - ak} \right)^2,$$

welches wir B gleich setzen. Mit dieser Spannung B ist an der 3ten Rolle, am Seile 3. 4. die Reibung mit eingerechnet, eine Kraft $B \left(\frac{A + ak}{A - ak} \right) =$

$$= \frac{1}{n} Q \times \left(\frac{A + ak}{A - ak} \right)^2 \times \frac{A + ak}{A - ak} =$$

$$\frac{1}{n} Q \times \left(\frac{A + ak}{A - ak} \right)^3 = C$$ im Gleichgewichte. An der 4ten Rolle, am Seile 4 : 5 ist mit dieser Spannung C samt deren Reibung eine Kraft $C \left(\frac{A + ak}{A - ak} \right) = \frac{1}{n} \left(\frac{A + ak}{A - ak} \right)^3$

$$\times \left(\frac{A + ak}{A - ak} \right) = \frac{1}{n} Q \left(\frac{A + ak}{A - ak} \right)^4 = D$$

im Gleichgewichte u. s. f. welches man nicht weiter fortzusetzen braucht, weil der Fortgang einleuchtend genug ist. Im allgemeinen also, wenn der Flaschenzug eine Anzahl von m Rollen hat, und die Last Q an n Seilen hängt, so ist die zum Gleichgewichte mit der Last samt der Reibung erforderliche Kraft, welche am letzten Seile angebracht werden muß, oder V = $\frac{1}{n} Q \frac{(A + ak)^m}{(A - ak)}$.

Exempel.

Wenn nach der Figur des §. 42., der Flaschenzug 5 Rollen hat, und die Last Q durch 5 Seile getragen wird, so ist n = m = 5, und denn ist $V = \frac{1}{5} Q \left(\frac{A + ak}{A - ak}\right)^5$. Sezt man nun die Reibung $k = \frac{1}{3}$, A, den Halbmesser der Rollen, welche hier alle gleich angenommen, = 6 Zoll, a den Halbmesser des Nagels = 1 Zoll, und Q = 1250 Pfund, so ist

$$V = \frac{1}{5} Q \left(\frac{6 + 1 \cdot \frac{1}{3}}{6 - 1 \cdot \frac{1}{3}}\right)^5 = \frac{1}{5} \cdot 1250 \left(\frac{6\frac{1}{3}}{5\frac{2}{3}}\right)^5 =$$

$$= 250 \left(\tfrac{19}{3} : \tfrac{17}{3}\right)^5 = 250 \left(\tfrac{19}{17}\right)^5 = V.$$

Diese

Diese letzte Gleichung läßt sich bequem durch Logarithmen auflösen; denn man hat erstlich

$$\text{Log. } V = \text{Log. } 250 + 5 \text{ Log. } (\tfrac{19}{17})$$

$$= \underline{\text{Log. } 250} + 5 (\text{Log. } 19 - \underline{\text{Log. } 17}), \text{ folglich}$$

$$239794 + 5 (127875 - 123045)$$

$$= 239794 + 5 (0,04830.) \text{ oder}$$

$$= 2.39794 + 024150 = \text{Log. } 263944.$$

wozu die nächste Zahl 436 ist, also V, oder die erforderliche Kraft, um eine Last von 1250 Pfund mit der Reibung an diesem Flaschenzuge zu heben, ist gleich 436 Pfund, da doch diese Kraft, wenn man die Reibung ausser Acht läßt, nur $\frac{1}{5}$ von Q = 1350, oder 250 Pfund würde gewesen sein.

§. 47.

An der sogenannten Bratspille (Fig. 23.) läßt sich die Reibung auf die nemliche Art mit in Rechnung bringen. Denn es sey nach der Figur des 43 §. die Kraft P am Hebelarme AC, der = A und Halbmesser des von der Handspake beschriebenen Kreises ist, mit der Last Q am Hebelarme cF = a, Halbmesser der Spille, ohne die Reibung im Gleichgewichte. Das Gewicht der ganzen Maschine sey = q und die zur Ueberwindung der Reibung erforderliche Kraft = p, so leidet das Zapfenlager einen Druck, der = $Q + P + q + p$; folglich die Reibung $k\,(Q + P + q + p)$, und das Moment derselben, wenn der Halbmesser des Zapfens = a ist, $ak\,(Q + P + q + p)$; das Moment aber der Kraft p am Ende der Handspake, welche hier dem Halbmesser des von ihr beschriebnen Kreises gleich ist, und den wir = A setzen, ist = Ap. Also ist beim Gleichgewichte

$Ap = ak\,(Q + P + q + p)$ und

$Ap = akQ + akP + akq + akp$, und

$Ap - akp = akQ + akP + akq$, und

$(A - ak)\,p = ak\,(Q + P + q)$, oder,

und $p = \dfrac{\quad\quad}{A - ak}$

wenn man $Q + P + q = M$ setzt, erhält man

$$p = \frac{ak\,M}{A - ak}.$$

Nun aber verhält sich bei der Bratspille $P : Q = FC : AC$, und da $FC = a$ und $AC = A$, so so ist auch $P : Q = a : A$ folglich $PA = Qa$, und $P = \frac{a}{A} Q$; also auch, wenn man diesen Werth statt P in der Gleichung

$$M = Q + P + q$$ substituiret,

$$M = Q + \frac{aQ}{A} + q, \text{ oder auch}$$

$$M = \frac{AQ + aQ + Aq}{A} = \frac{Q\,(A + a) + Aq,}{A}$$

und da $p = \frac{ak\,M}{A - ak}$, so substituire man in derselben anstatt M den ebengefundenen Werth,

so hat man $p = \frac{ak\,(A + a)\,Q + Aq}{A.\,(A - ak)}$.

Nun hält aber die Last Q, die Reibung mit eingerechnet, einer Kraft $V = P + p =$

$$\frac{aQ}{A} + \frac{ak\,(A + a)\,Q + Aq}{A.\,(A - ak)}$$

das Gleichgewicht, welches also der Kraft V gleich ist, die erforderlich ist, um einer Last Q an der Bratspielle mit der Reibung das Gleichgewicht zu halten.

§. 48.

Man wird in der Ausübung in den meißten Fällen sicher genug gehen, wenn man die beim Gleichgewichte, ohne auf die Reibung zu sehen, erforderliche Kraft um $\frac{1}{3}$ derselben vermehret. Gesetzt also, man hätte durch Rechnung gefunden, daß man, um eine gewiße Last im Gleichwichte zu halten, jedoch ohne auf die Reibung zu achten, dazu eine Kraft von 30 Pfund nöthig haben würde, so nehme man $\frac{1}{3}$ aus 30, welches 10 ist, und addire diese 10 zu 30, so wird man 40 Pfund Kraft nöthig haben, um die Reibung zugleich mit zu überwinden.

§. 49.

Wir wollen zuletzt noch den Fall untersuchen, wenn ein schwerer Körper auf einer schiefliegenden Fläche durch eine Kraft, welche mit der Länge derselben parallel wirket, hinaufgezogen werden soll, und sehen wie viel Kraft erforderlich ist, um die relative Schwere samt der Reibung desselben zu überwinden.

Soll der Körper Q (Fig. 25.) auf ac von a nach c fortrücken, so muß die Kraft P gleich

der

der Summe der relativen Schwere von Q samt dessen Reibung seyn. Nennen wir nun den Neigungswinkel der Fläche oder bac = q, so haben wir nach §. 20. für den Druck des Körpers, mit welchem derselbe gegen die Fläche drückt, oder für gi diesen Ausdruck gi = Q Cosin ∠q, und also für die Reibung, die wir dort = k gesetzt, kQ Cosin ∠ q; für die relative Schwere, oder ni = gh haben wir aber Q. Sin ∠q; folglich muß die Kraft P = Q. Sin. ∠ q + kQ Cosin ∠ q sein, welche den Körper Q auf der Fläche ac heraufzuziehen vermag.

Exempel.

Gesetzt der Körper Q sei 8000 Pfund schwer, der Neigungswinkel bac = q sei = 30° und die Reibung, oder k = $\frac{1}{3}$, so ist P = 8000 × Sin 30° + $\frac{1}{3}$ 8000 Cosin 30° oder P = 8000. (0,50000) + $\frac{1}{3}$ 8000 (0. 86602) = 4000 + 2642, 6 = 6642, 6 Pfund, welches also die erforderliche Kraft P ist, indeß dieselbe, ohne Rücksicht auf die Reibung zu nehmen, blos 4000 Pfund würde gewesen sein.

Anhang.

Versuch einer Auflösung der Frage: wie tief kann man ein Seeschiff beladen, damit dasselbe noch im Stande sey, bequem seine Segel zu führen?

§. 50.

Bey dem jetzigen leider! noch beinahe allgemeinen, mangelhaften Zustande der Schiffsbaukunst, da der große Hause der sogenannten Baumeister noch immer planlos und bloß nach einem mehr oder minder glücklichem Gerathewol verfährt, und dem Körper des Schiffes die unregelmässigste Figur von der Welt zu geben pflegt, läßt sich an keine allgemeine Auflösung eines solchen Problems denken. Alles, was man hier zu leisten vermag, ist, diese Auflösung für jeden besondern Fall zu versuchen, und der Wahrheit durch Approximation sich zu nähern.

Der einzige feste Punct, von welchem man hier mit Sicherheit ausgehen kann, ist dieser: daß ein jedes Schiff so beladen werden muß, daß die größte Weite desselben jederzeit um ei-

nen

nen gewissen Theil seiner Tiefe über dem Wasser bleiben muß. Sobald man sich von dieser Wahrheit, welche in die Augen fällt, überzeugt hat, wird man eben so leicht einsehen, daß der Wasserkörper, welcher aus den horizontalen Durchschnitten des Schiffes, von welchen einer in die Wasserlinie, und der andre in den Punct der größten Weite fällt, entstehet, zufolge dem senkrechten Drucke des Wassers von unten nach oben, die einzige Kraft sey, welche der niederdrückenden Kraft des Windes das Gleichgewicht halten muß.

Um dies deutlich einzusehen, sey in der 26ten Figur ACB der wirklich ungetauchte Theil des Schiffes, der mit A d e B Fig. 27. übereinstimmet, denn ist A a in beiden Figuren ein gewisser Theil der senkrechten Tiefe des Schiffes, um welchen die größte Weite ab noch über dem Wasser liegt, und der der senkrecht niederdrückenden Kraft des Windes widerstehende Wasserkörper ist Fig. 27. von den Flächen ab und AB von welchen hier bloß die Durchmesser gezeichnet, begränzet, und A o ist seine Höhe. Ist nun nach Fig. 26. ki die horizontale Richtung des Windes, so ist nach mechanischen Gründen die Wirkung desselben auf dem Segel senkrecht. Man nehme nun an, daß kl, welche senkrecht auf dc gezogen, die Richtung und Grösse dieser Kraft sey, und ziehe lm parallel und km und ln senkrecht auf kn, der verlängerten von ik, so ist km = nl die dem obenbeschriebenen Wasserkörper entgegen wirkende Kraft, welche den auswärts wirkenden Wasserstoß nicht übersteigen darf, sondern immer, wegen des auf dem Verdecke sich häufenden Seewassers, um ein ansehnliches geringer seyn muß.

Nun ist aber kl, welche wir für die Kraft des Windes angenommen, bloß die absolute Kraft desselben, wenn das Segel eine senkrechte Lage gegen die Richtung des Windes hat. In unserm Falle leidet also diese absolute Kraft eine doppelte Vermindrung; 1) weil, den einzigen Fall, wenn man grade vor dem Winde segelt, wovon hier aber gar die Rede nicht seyn kann, ausgenommen, der Wind niemals einen rechten Winkel mit der Segelfläche macht, und 2) weil das Schiff, sobald es nicht grade vor dem Winde segelt, eine Neigung erhält, und dadurch

die

die Masten mit den Segeln von der verticalen Linie abweichen, wodurch der Einfalswinkel des Windes auf die Segel auch von dieser Seite kleiner wird, und die Wirkung desselben geringer seyn muß. Nun weiß man aber auch, daß bei der Bewegung eines flüßigen Körpers, bei gleichen Flächen und Geschwindigkeiten, der senkrechte Stoß sich zum schiefen Stoße verhalten müsse, wie das Quadrat des Sinus totus zum Quadrate des Sinus des Einfallswinkels *). Bezeichnet man nun den Einfalswinkel, den der Wind mit den Segeln macht, wenn dieselben noch nicht geneigt gegen den Horizont sind, mit n, die Kraft des senkrechten Windstoßes auf einen Quadratfuß mit p, so ist die verminderte Kraft des Windes auf die Segel in senkrechter Lage gegen den Horizont = p. Sin ^{2} n. Wenn ferner m (Fig. 26.) den Neigungswinkel des Schiffes gegen den Horizont anzeigt, so ist die aus beiden Ursachen verminderte Kraft kl = (p. Sin ^{2}n) Cosin ^{2}m., welche Formel denn noch durch den Flächeninhalt aller Segel mul-

*) Siehe unter andern Practisch-Theoretisches Handbuch. Abschnitt 2. §. 10.

multiplizirt werden muß, um die ganze nach kl wirkende Kraft zu erhalten.

Da nun aber, wie oben gezeigt, kl in die beiden andern Kräfte kn und km zerlegt werden kann, von welchen die erstere das Schiff blos Seitwärts stößt; die leztere km aber dem aufwärts treibenden Wasserstoß entgegen wirket, so haben wir hier unsre ganze Aufmerksamkeit bloß auf km zu richten, welche sich folgendermassen bestimmen läßt. Der $\angle$ mkc zeigt die Größe der Neigung an, um welche die Mast von der senkrechten Linie abweicht; nun ist aber

$\angle mkc + \angle mkl = \angle mkl + \angle mlk$

subtrah. $\angle mkl = \angle mkl$;

folglich $\angle mkc = \angle mlk$.

Nun verhält sich aber lk zu mk, wie der Sinus totus zum Sinus des Winkels mlk, den wir oben mit m bezeichnet haben; folglich ist die von oben nach unten drückende Kraft des Windes $km = (p.\ \text{Sin}^2\ n.\ \text{Cosin}\ m^2).$ $\text{Sin}\ m.$

Den senkrecht von unten nach oben, dieser Kraft entgegen wirkenden, Wasserstoß des zwischen

schen den beiden Flächen ab und AB enthaltenen Wasserkörpers in Fig. 27. kann man nun auch leicht genug finden. Denn da die Entfernung der beiden horizontal Durchschnitte AB und ab Fig. 27., oder die Höhe des Körpers Ao immer nur einige Zolle beträgt, und die Breiten des Schiffes in beiden Durchschnitten nicht sehr von einander verschieden sind, so kann man nur den mittlern Durchschnitt mn, von welchem in Fig. 28 die eine Hälfte verzeichnet ist, messen, den Flächeninhalt desselben berechnen, und denselben mit der Höhe Ao des Körpers multipliziren, so hat man den kubischen Inhalt des Körpers, den man noch mit dem Gewichte eines Kubikfußes Seewasser multipliziren muß, um den aufwärts treibenden Druck zu erhalten. Bezeichnet man nun des mittlern Horizontalschnitts mn Flächeninhalt mit E, die Höhe Ao mit h und das Gewicht eines Kubikfußes Seewasser mit G, und nennt man endlich den Flächeninhalt der Segel L, so hat man für den Wasserstoß den Ausdruck $E \times h \times G$, und für den nach Fig. 26. von oben nach unten wirkenden Druck des Windes, oder für km den Ausdruck: p

$\times$ Sin

$\times$ Sin ^{2}n $\times$ Cosin ^{2}m $\times$ Sin m $\times$ L, welcher letztere Ausdruck stets kleiner als der erste sein muß, oder es muß stets E $\times$ h $\times$ G $>$ p $\times$ Sin ^{2}n $\times$ Cosin ^{2}m $\times$ Sin m $\times$ L seyn. Ist der Flächeninhalt des mittlern Horizontalschnitts gegeben, so findet man leicht h, oder die Höhe, um wie viel die größte Weite des Schiffes über dem Wasser bleiben muß; denn alsdann ist

$$h = \frac{p \times \text{Sin}^2 n \times \text{Cosin}^2 m \times \text{Sin}\, m \times L}{EG},$$

von welcher Formel die Auflösung äusserst leicht ist, weil das zweite Glied derselben lauter bekannte Größen enthält, und man nur die Werthe derselben zu substituiren braucht. Den Flächeninhalt der Segel und des mittlern Horizontal Durchschnitts des Schiffes zu berechnen lehret die Elementar Geometrie, und man findet in jedem Handbuche derselben hinlängliche Anleitung dazu, welches ich hier nicht zu wiederholen brauche.

Ver-

Versuch, die gröste mögliche Kraft des Windes auf einen Quadratfuß, ohne Gefahr des Brechens des Mastgestells, zu bestimmen.

---

§ 51.

Es ist bey dem Seefahrer nicht selten der Fall, vorzüglich wenn er sich in der Nähe des Landes befindet, oder, um mich seines eignen Ausdrucks zu bedienen, wenn er am Leegerwall besezt ist, daß er viele Seegel führen muß, um dadurch sein Schiff und Leben zu retten. Nun ist es in einem solchen, oder doch ähnlichem Falle stets die Frage, ob sein Mastgestell eine hinlängliche Stärke habe, um der Kraft des Windes widerstehen zu können. Eine Untersuchung dieser Art scheint mir für den Seefahrer von der größten Wichtigkeit zu seyn, und da ich in keinem Schriftsteller diesen Gegenstand abgehandelt finde, glaube ich mich berechtiget, diesen Versuch, den ich aber keinesweges für unwidersprechlich halte, dem Kenner, der, wenn er fehlerhaft seyn sollte, ihn berichtigen mag, vorzulegen

Alles, worauf es bey dieser Untersuchung ankömmt, ist, die beiden einander entgegen wirkenden Kräfte zu bestimmen, nemlich die widerstehende Kraft, oder relative Festigkeit des Masts nebst derjenigen der denselben unterstützenden Spanten oder sogenanten Hoofdtauen, und dahin zu sehen, daß diese widerstehende Kraft größer als die Momentkraft des Windes auf das Segelgestell sey. Wir wollen erstlich diese widerstehende Kraft zu bestimmen suchen.

Da die absoluten Kräfte der Tauen sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten; so findet man die absolute Kraft eines jeden Hoofdtaues leicht, welche man gleich p setzen kann. Bezeichnet nun in Fig. 29., in welcher bc die Höhe des Masts, ab die halbe Schiffsbreite bis zum äussersten Ende der Rust vorstellt, cm diese absolute Kraft eines Hoofdtaues, und q den Winkel, den dasselbe mit dem Mast bc macht, so kann cm in 2 andre

Kräfte

Kräfte cn und mn zerlegt werden, von welchen beiden Kräften bloß mn dem Brechen des Masts widerstehet; folglich ist diese relative Kraft, oder mn = p Sin q. Ist nun die Anzahl der Spanten oder Hoostauen gleich n, so ist die ganze relative Kraft derselben, welche sich dem Brechen des Masts widersetzt = np Sin q.

Ferner da nach dem 33 §. die relativen Festigkeiten der Rundhölzer sich wie die Würfel ihrer Durchmesser, getheilt durch ihre Längen, verhalten, so hat man, wenn v die relative Festigkeit eines kleinen Rundholzes, das man zum Versuche gebraucht hat, a dessen Durchmesser, l seine Länge, A den Durchmesser des Masts, L dessen Länge und V dessen relative Festigkeit bezeichnen, folgendes Verhältniß:

$$v : V = \frac{a^3}{l} : \frac{A^3}{L}$$ und hieraus

$$v \times \frac{A^3}{L} = V \times \frac{a^3}{l}$$, ferner $$v : \frac{a^3}{l} \times \frac{A^3}{L} = V,$$ oder $$\frac{vl}{a^3} \times \frac{A^3}{L} = V,$$

 wo

wo $\frac{vl}{a^3}$ ein unveränderlicher Coefficient ist, der durch Versuche bestimmt wird, und den man gleich m setzen kann. Also ist die relative Festigkeit des Masts, oder $V = \frac{mA^3}{L}$, und demnach die ganze Kraft, welche dem Brechen widerstehen muß, gleich $\frac{mA^3}{L} + np \text{ Sin } q.$ Diese Kraft muß nun nothwendig größer, als die Kraft des Windes, welche auf das Segelgestell wirket, seyn, wenn anders der Mast halten und nicht brechen soll.

Die Kraft des Windes auf das Segelgestell, welche der so eben gefundnen entgegen wirket, läßt sich nun sehr bequem vermittelst des bekannten Anemometers oder Windmessers finden, indem man diesem Instrumente genau dieselbe Richtung mit den gebraßten Segeln geben kann, und so ohne alle Rechnung die relative Kraft des Windes auf einen Quadrat Fuß unmittelbar bestimmen kann. Bezeichnet man nun diese

diese relative Kraft mit r und den Flächeninhalt des Segelgestells Fig. 30. mit S, so ist die ganze Kraft des Windes auf dasselbe = rS, welche auf den Kraftpunct o des Mastgestells an dem Hebelarme do wirket. Nun ist aber nach mechanischen Gründen die Höhe des Kraftpuncts o des Segelgestells, oder $do = \frac{1}{3} dc \frac{(ab + 2 fe)}{ab + fe}$, (§. 26.) welche wir hier mit h bezeichnen wollen. Also ist die ganze brechende Kraft des Windes gleich rhS, welche stets kleiner, als die widerstehende Kraft des Masts seyn muß, oder es muß stets $rhS < \frac{mA^3}{L} + np$ Sin q seyn. Hieraus folgt ferner, daß

$$r < \frac{\frac{mA^3}{L} + np \text{ Sin } q}{hS}$$

seyn muß, durch welche leztre Formel sich leicht bestimmen läßt, wie viel Windkraft das Mastgestell auf einen Quadratfuß, ohne Gefahr des Brechens, aushalten kann. Wir wollen diese Formel durch ein Beispiel zu erläutern suchen.

 Gesetzt

Gesetzt des Mastgestells Höhe bey einem dichtgereeesten Marssegel, oder dc sey $=$ 36 Fuß, deßen untre Breite, oder ab $=$ 40 Fuß und die obere Breite fe $=$ 28 Fuß. Ferner sey der $\angle q$, den die Spanten mit dem Mast in Fig. 29. machen, $= 15°$, die Zahl derselben oder $n = 5$, der Durchmesser eines jeden Spants $= 2\frac{3}{4}$ Zoll, und der Durchmesser des Masts $=$ 13 Zoll. Nimmt man nun mit Muschenbroek an, daß ein zylindrischer Stab von fichten Holz, von einem Fuß lang und einem Zoll Durchmesser 120 Pfund tragen kann, so ist $\frac{vl}{a^3} = \frac{120 \times 12}{1^3} = 1440$ $= m$, und $\frac{mA^3}{L} = \frac{1440 \times 13^3}{432} =$ $\frac{1440 \times 2197}{432} = 7323\frac{1}{3}$. Nimmt man nun ferner nach Muschenbroeks Versuchen an, daß tin Tau, deßen Durchmesser 3 Zoll ist, 7800 Pfund tragen kann, so hat man:

$3^2 : (2{,}75)^2 = 7800 : 6586$ ℔ $= p$, und also np Sin $q = 5\ (6586)$ Sin $15°$,

oder

oder np Sin $q = 8232\frac{1}{2}$ Pfund. Ferner ist S, oder der Flächeninhalt des Mastgestells Fig. 30. $= \frac{1}{2}(ab + fe)\, dc = \frac{1}{2}(40 + 28)\, 36.$, oder $S = 1224$, und h, oder $do = \frac{1}{3}\, dc$ $\left(\frac{ab + 2fe}{ab + fe}\right)$, oder $do = \frac{1}{3}.\, 36$ $\frac{(40 + 56)}{68} = 16{,}9$ Fuß, oder beinahe 17 Fuß. Substituirt man nun alle diese eben gefundene Werthe in der obengefundnen Formel

oder in $r < \dfrac{\dfrac{mA^3}{L} + np \text{ Sin } q}{hS}$, so

erhält man $r < \dfrac{7323\frac{1}{3} + 8232}{1224 \times 17}$, oder

$r < \frac{15556}{20808}$, oder $r < \frac{3}{4}$. Folglich darf man bey einem solchen hohen Segelgestelle es nicht einmal wagen, einem Windstoße von $\frac{3}{4}$ Pfund auf einen Quadratfuß sich auszusetzen. Ohne mein Erinnern wird man aus Obigem einsehen, daß der Windmesser der Maßstab sein kann, nach welchem man Segel mindern, oder mehren muß, das Segelgestell erhöhen, oder erniedrigen kann, und dadurch mit Gewisheit und Vertrauen handeln kann, wenn andre blos nach einem Gerathewol und im Blinden handeln.

Versuch, die Geschwindigkeit eines vom Stapel gelaufenen Schiffes nach einer gewissen Zeit zu bestimmen.

---

§. 52.

Die Auflösung dieses für die Schiffsbaumeister äusserst nützlichen Problems beruhet auf folgenden nothwendigen Vorkentnißen:

Man muß 1) die Masse oder das Gewicht des bewegten Körpers, hier des abgelaufenen Schiffes, kennen, 2) die erhaltene Geschwindigkeit, mit welcher dasselbe in's Wasser fällt, und 3) den Widerstand, den das Wasser seiner Bewegung entgegen setzet.

Wenn man den Winkel, den das Lager, oder der Stapel mit dem Horizonte macht, mit n bezeichnet, und die Länge desselben bis zum Wasser l nennet, so ist die senkrechte Fallhöhe des Schiffes gleich l. Sin n. Nun weiß man aber aus der Lehre von dem Falle schwerer Körper, daß zwey Körper von welchen einer längs einer schiefen Fläche gleitet, indeß der andre von der senkrechten Höhe dieser Fläche gerade herunter fällt, zuletzt eine und die nemliche Geschwindigkeit erlangen; welche Geschwindigkeit man denn die der Fallhöhe entsprechende Geschwindigkeit nennet. Wenn nun h die oben durch l. Sin n. angedeutete Höhe bezeichnet, und g den Raum, den ein schwerer Körper in einer Secunde durchfällt, so ist die in einer Secunde erlangte Geschwindigkeit des Schiffes $C = 2\sqrt{gh}$, welches ein Ausdruck für die Geschwindigkeit ist, mit welcher das Schiff seine Bewegung im Wasser antritt.

Wann ferner R den Widerstand bezeichnet, den das Wasser dem Queerschnitte der größten Breite in senkrechter Richtung entgegen setzt, so ist, wenn a die Länge des Schiffes von der grösten Breite bis nach vorne und b die halbe gröste Breite desselben bezeichnet, der verminderte Widerstand des Wassers auf dem Vorder-

theile

theile des Schiffes gleich *) $\frac{2bb}{aa + 2bb}$ R, von welcher Formel der erste Theil ein Bruchcoefficient von R seyn muß.

Bedeutet nun M die Masse des Schiffes, c seine Geschwindigkeit nach dem Verlaufe einer Zeit t, und setzet man $\frac{2bb}{aa + 2bb} R = s$, und die Dichtigkeit des Wassers $= d$, so ist der Widerstand in der Einheit der Zeit gleich $\frac{1}{2} dsc^2$. In einer unendlich kleinen Zeit dt ist demnach der Widerstand

$$\frac{1}{2} dsc^2 dt,$$

und dies ist die Bewegung, welche das Schiff in der Zeit dt verlieren muß. Theilet man nun diese verlorne Bewegung durch die Masse des Schiffes M, so hat man für seine verlorne Geschwindigkeit $\frac{\frac{1}{2} dsc^2 dt}{M}$. Dieser Ausdruck zeigt die Abnahme der Geschwindigkeit, oder das negative Differenzial derselben an; folglich

*) Siehe Euler Theorie complete de la Construction des Vaisseaux.

$$\frac{\frac{1}{2}dsc^{2}dt}{M} = -dc, \text{ und daher}$$

$$\frac{\frac{1}{2}dsdt}{M} = \frac{-dc}{c^{2}} \text{ oder}$$

$$\frac{\frac{1}{2}ds}{M}.dt = -c^{-2}dc.$$

In dieser Formel ist blos c veränderlich, und man erhält, wenn man integriret

$$\frac{\frac{1}{2}ds}{M}.t = c^{-1} + A, \text{ oder}$$

$$\frac{\frac{1}{2}ds}{M}.t = \frac{1}{c} + A, \text{ wo A eine}$$

Constante bedeutet.

Nun sey die anfängliche Geschwindigkeit gleich C, so muß $c = C$ werden, wenn $t = o$ wird. Setzet man also in der Gleichung $t = o$ und $c = C$, so hat man

$$\frac{\frac{1}{2}ds}{M}.o = \frac{1}{C} + A, \text{ oder } o = \frac{1}{C} + A$$

$+ A$, und hieraus $A = -\frac{1}{C}$, also

$\frac{\frac{1}{2} ds \, . \, t}{M} = \frac{1}{c} - \frac{1}{C}$, und endlich

$\frac{\frac{1}{2} ds}{M} \, . \, t + \frac{1}{C} = \frac{1}{c}$.

Um diese Formel durch ein Beispiel zu erläutern, sey die Länge eines Schiffes von seiner größten Weite bis nach vorne, oder $a =$ 40 Fuß, seine halbe größte Weite, oder $b =$ 10 Fuß, die Masse desselben, oder $M =$ 100000 Pfund, die Länge vom Lager bis zum Wasser, oder $l =$ 100 Fuß, der Neigungswinkel des Lagers, oder $n =$ 10 Graden und man verlange die Geschwindigkeit desselben nach zwey Secunden zu wissen.

Auflösung.

Aus der Formel $h = l. \sin n.$ folgt, wenn man gehörig substituiret,

$h = \frac{0{,}17365 \times 100}{100000}$ oder $h =$ 17 Fuß bei-

nahe,

nahe, welches die senkrechte Fallhöhe ist. Nun war die dieser Höhe entsprechende anfängliche Geschwindigkeit $C = 2 \sqrt{gh}$ oder $C = 2 \sqrt{15 \times 17.} = 2 \times 15,9 = 32.$

Setzet man ferner den senkrechten Widerstand des Wassers gegen den grösten Queerschnitt, oder $R = 1$, so ist, wenn man für a und b die Werthe substituirt, $\frac{2\,bb}{aa + 2\,bb} \times R = \frac{200}{1600 + 200} = \frac{200}{1800} = \frac{1}{9}$, und folglich s in unsrer Formel $= \frac{1}{9}$ des größten Queerschnitts. Nun ist aber der Flächeninhalt des grösten Queerschnitts eines Schiffes wie in unserm Exempel ohngefehr 150 Quadratfuß, folglich $s = \frac{1}{9}.\ 150 = 16,5$ beinahe. Setzet man nun die Dichtigkeit des Wassers, oder $d = 60$ Pfund, so wird aus $\frac{\frac{1}{2}\,ds}{M} . t + \frac{1}{C} = \frac{1}{c}$, wenn man gehörig substistuiret, folgende Formel:

$$\frac{\frac{1}{2}\,60 \times 16,5}{100000} \times 2 + \frac{1}{32} = \frac{1}{c},$$ oder

$$\frac{495}{100000} \times 2 + \frac{1}{32} = \frac{1}{c}\text{, oder}$$

$$\frac{99}{10000} + \frac{1}{32} = \frac{1}{c}\text{, oder}$$

$$\frac{3168}{32000} + \frac{10000}{32000} = \frac{1}{c}\text{, oder}$$

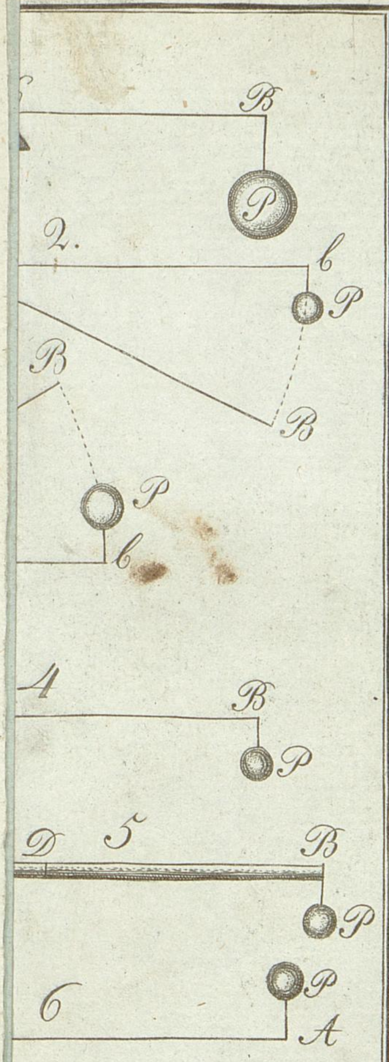
$$\frac{13168}{32000} = \frac{1}{c}\text{, und hieraus}$$

$$13168\, c = 32000\text{, und}$$

$$c = \frac{32000}{13168} = 2,5 \text{ Fuß.}$$

Also hat das Schiff, nachdem dasselbe 2 Secunden im Wasser gelaufen, nur noch eine Geschwindigkeit, mit welcher dasselbe in jeder Secunde einen Raum von 2, 5 Fuß zurücklegen würde. Das Moment seiner Bewegung würde also am Ende von 2 Secunden noch 2 × 100000 seyn. Nach dieser oder einer ähnlichen Berechnung würden die Schiffsbaumeister die Haltbarkeit der Ankertauen, mit welchen sie den Lauf des Schiffes zu hemmen suchen, berechnen und schätzen können.

Ende.



Tab: 1.

F. G. F. B. fc.

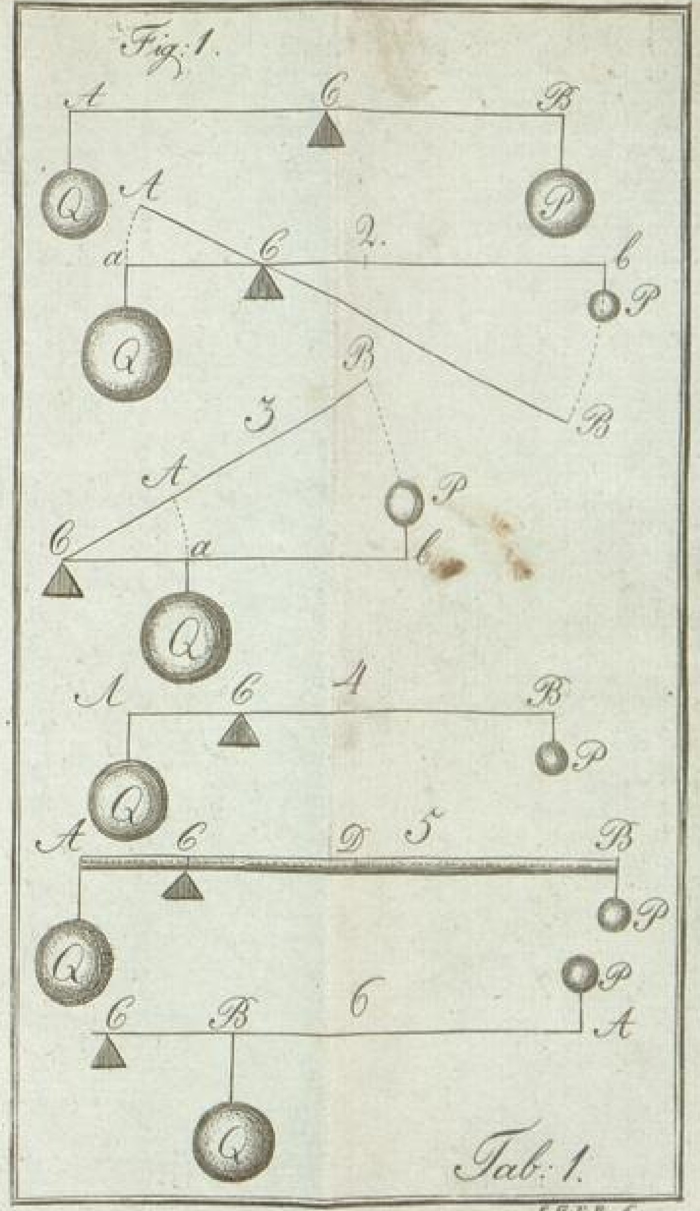
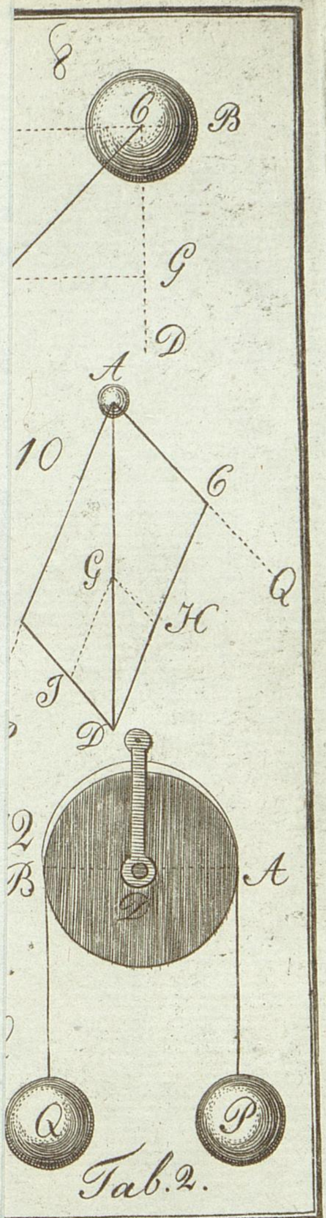


Fig: 1.
2.
3
4
5
6
Tab: 1.



Tab. 2.

F. G. T. B. fe

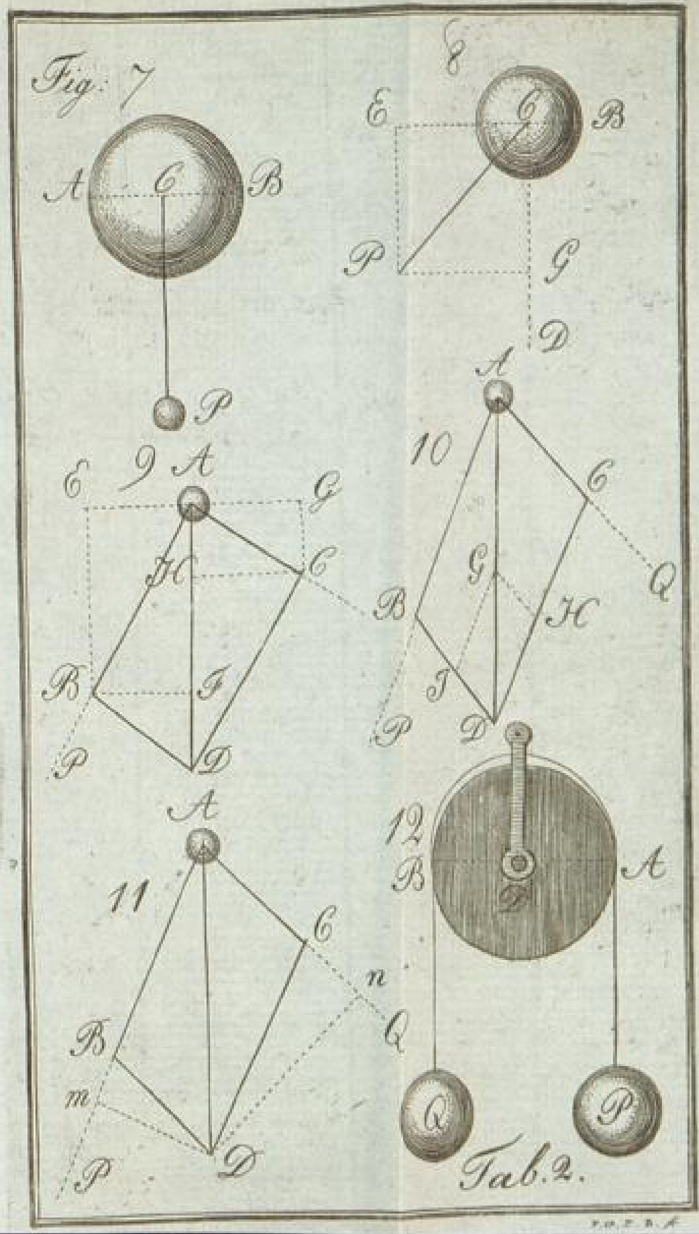
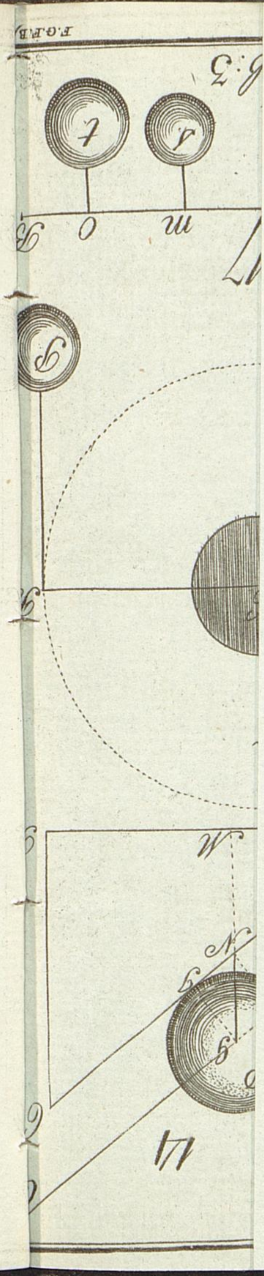


Fig. 7
A
C
B
P
8
E
G
B
P
G
D
9
E
A
G
H
C
B
I
D
P
10
A
C
Q
G
B
H
I
D
P
11
A
C
n
Q
B
m
P
D
12
B
D
A
Q
P
Tab. 2.



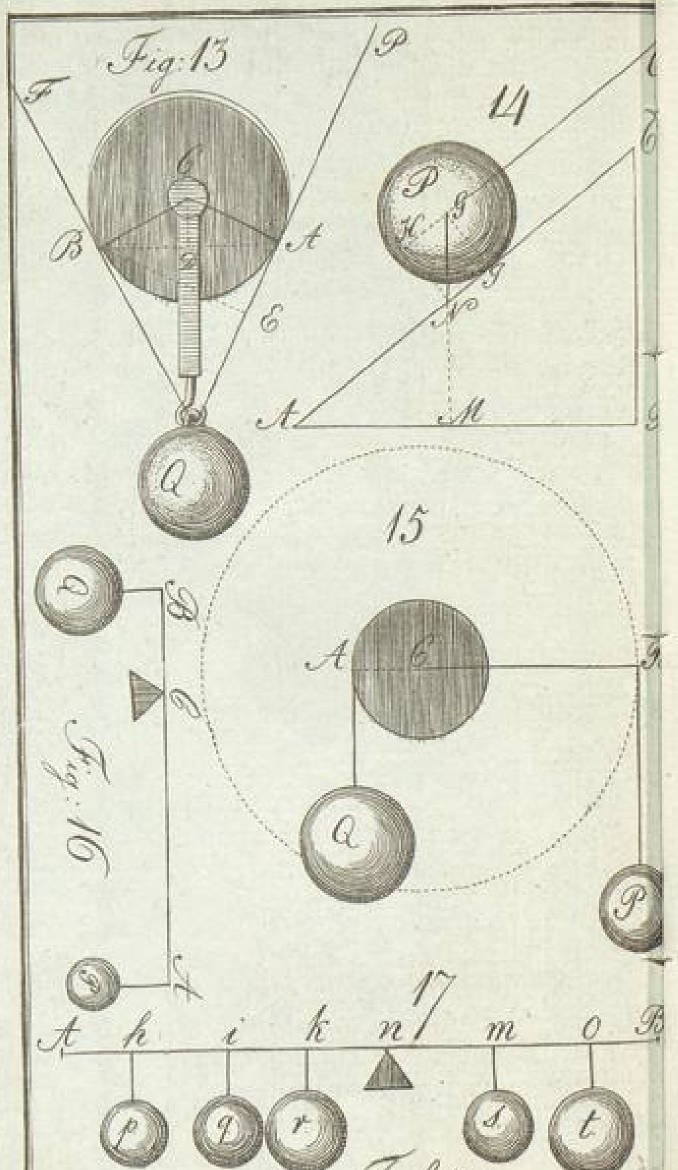
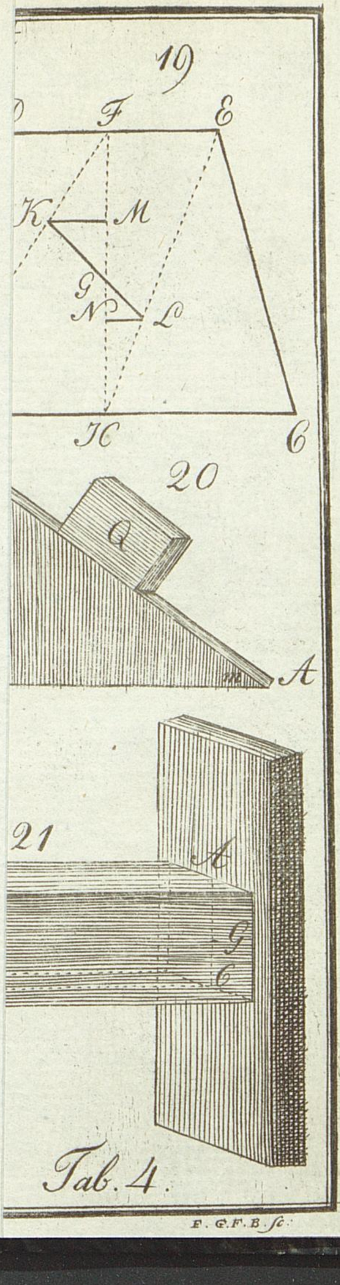


Fig:13
F
P
C
B
A
E
Q
14
T
P
G
H
I
N
A
M
15
A
C
Q
Q
B
Fig:16
P
17
A
h
i
k
n
m
o
B
p
q
r
s
t

Tab:3



Tab. 4.

F. G. F. B. sc.

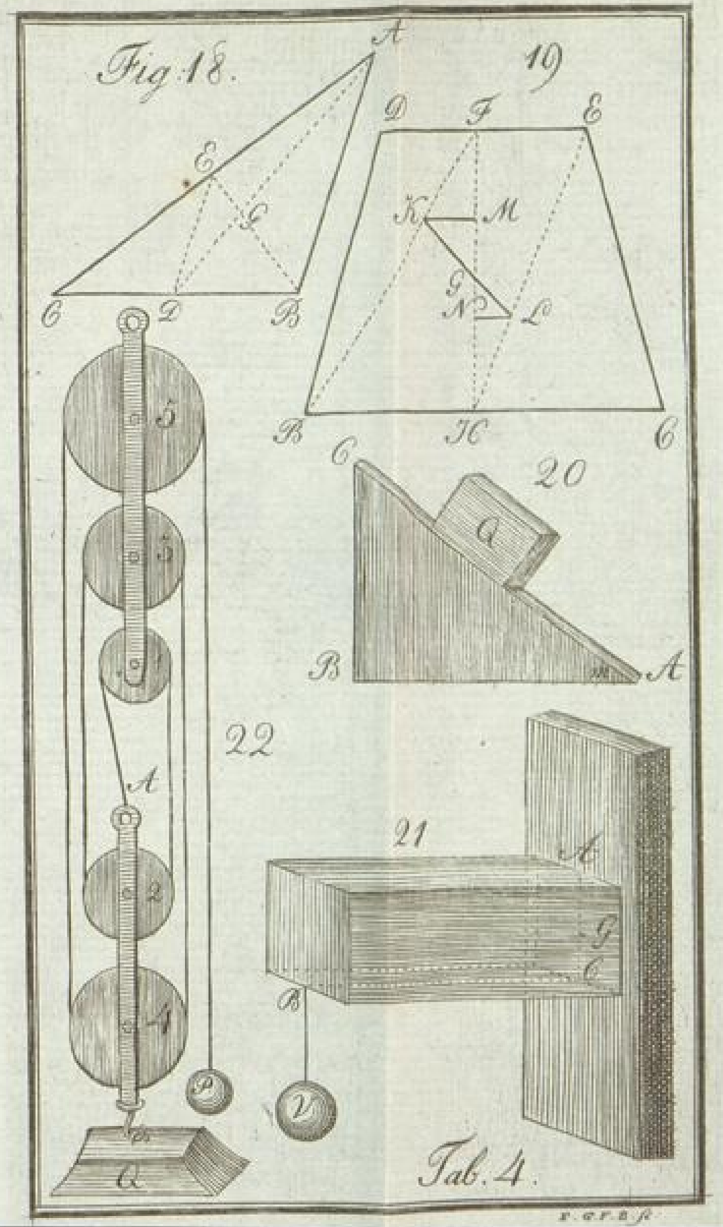
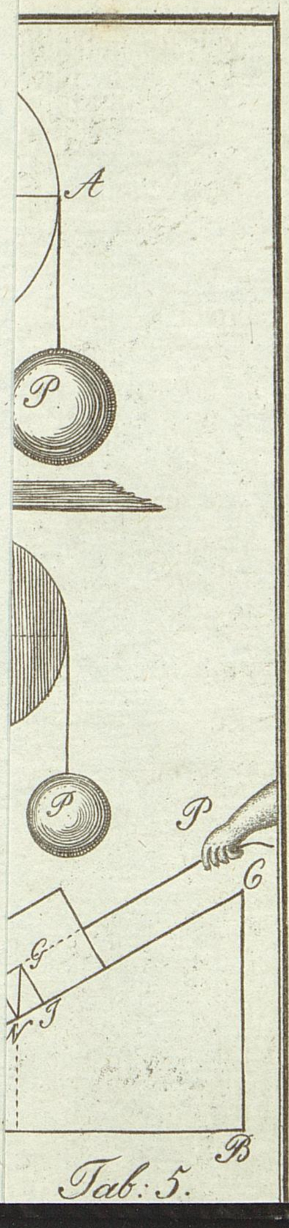
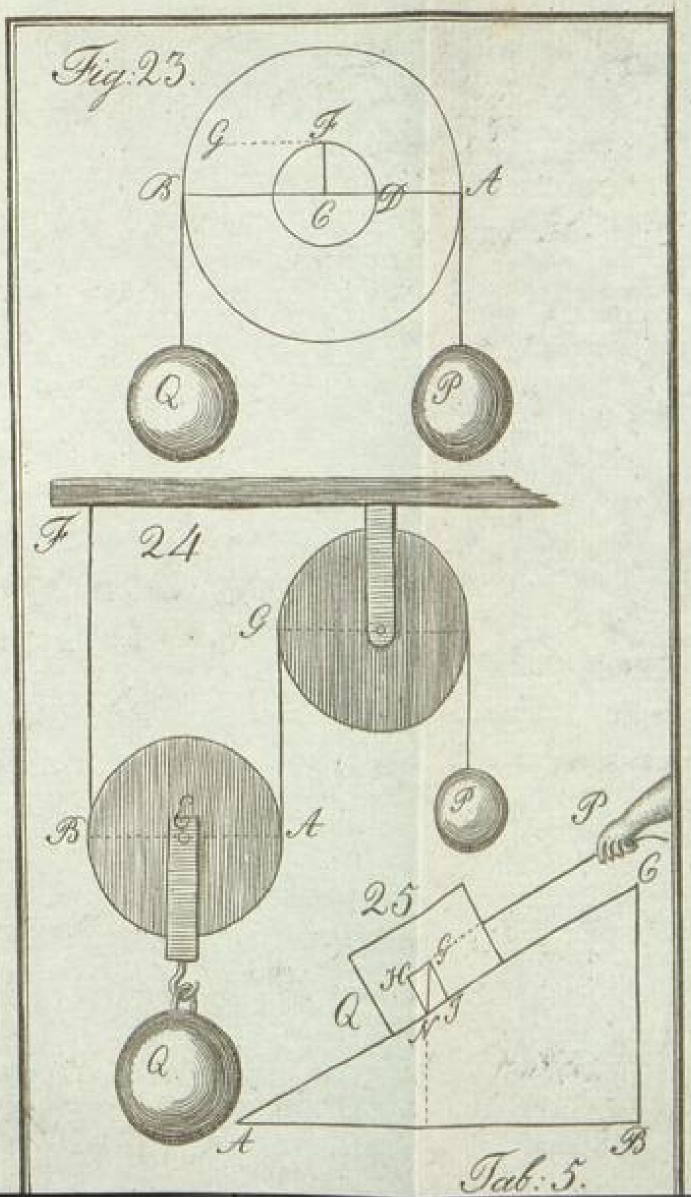


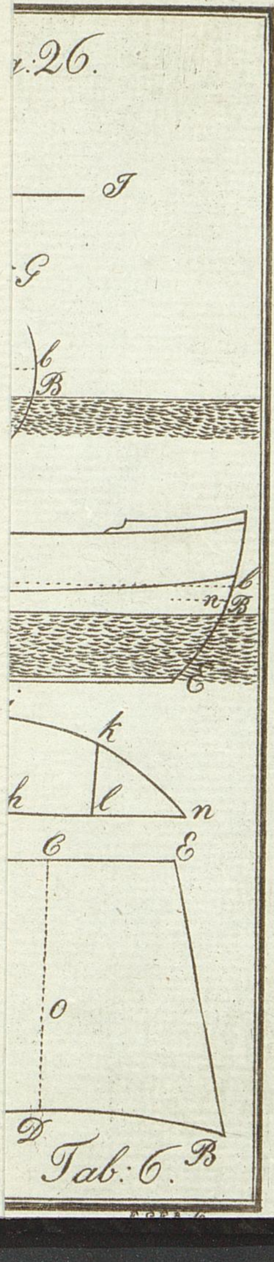
Fig. 18.
19
20
21
22
Tab. 4.



Tab: 5.



Tab: 5.



Tab: 6.

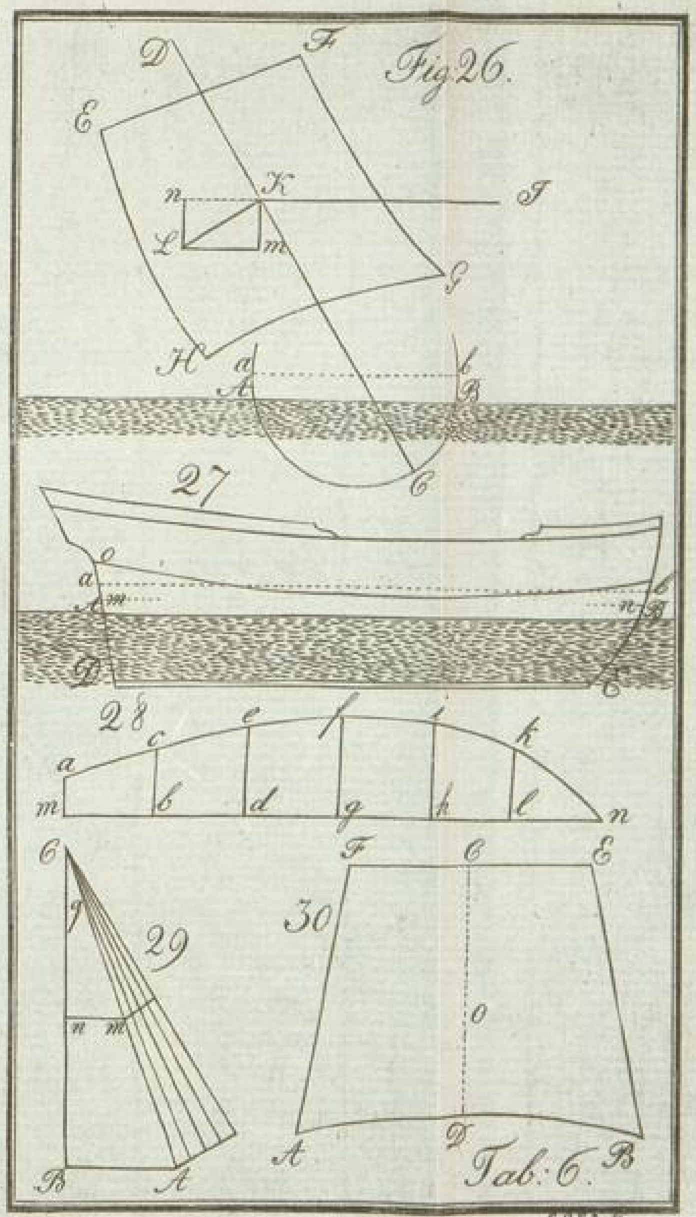


Fig. 26.
27
28
29
30
Tab: 6.

Braubach

Mechanik für Seefahrer