Erleichterte Methode,

um die Länge, Breite, Azimuth u. s. w. ohne Kenntniß der sphärischen Trigonometrie zu finden,

oder

die nautische Astronomie

aus einer

Grundformel so entwickelt,

daß man

keiner Hülfstabellen dabey bedarf.

Von

D. Braubach Dr.

herausgegeben

von

M. Steengrafe und Fr. Elmken.

Bremen, bey J. G. Heyse 1807.

An den Leser.

Diese kleine Abhandlung, die der Verfasser im verwichenen Jahre in das Journal für Fabrik, Manufactur u. s. w. einrücken ließ, schien uns für den deutschen Seefahrer, der noch immer nicht überall Muße und Gelegenheit hat, die Theorie seiner Wissenschaft zu studiren, so brauchbar und nützlich, daß wir dieselbe in den Händen unsrer vaterländischen Seefahrer wünschten. —

Wir ersuchten den Verfasser, diese Abhandlung gemeinnütziger zu machen, allein, da dessen überhäufte Geschäfte ihm solches unmöglich machten, entschlossen wir uns mit seiner Erlaubniß, dieselbe besonders abdrucken zu lassen, und dadurch unsern guten Willen, nützlich zu seyn, an den Tag zu legen. Der Verfasser, den wir persöhnlich kennen, ist dem Publicum durch seine früheren Schriften bekannt genug; wir enthalten uns also aller Würdigung seiner Arbeiten und überlassen es Kennern, auch über diese ihr Urtheil zu fällen.

Die Herausgeber.

Die nautische Astronomie.

Wenn man einen beliebigen Bogen oder Winkel mit a und einen andern mit b bezeichnet, so sind die bekannten Formeln:

1) $\text{Sinus}\,(a + b) = \text{Sin.}\ a.\ \text{Cos.}\ b + \text{Cos.}\ a.\ \text{Sin.}\ b.$ *)

2) $\text{Sin.}\,(a - b) = \text{Sin.}\ a.\ \text{Cos.}\ b - \text{Cos.}\ a.\ \text{Sin.}\ b.$

3) $\text{Cos.}\,(a + b) = \text{Cos.}\ a.\ \text{Cos.}\ b - \text{Sin.}\ a.\ \text{Sin.}\ b.$

4) $\text{Cos.}\,(a - b) = \text{Cos.}\ a.\ \text{Cos.}\ b + \text{Sin.}\ a.\ \text{Sin.}\ b.$

Addirt man nun Nr. 1 und 2, so erhält man

5) $\text{Sin.}\,(a + b) + \text{Sin.}\,(a - b) = 2\ \text{Sin.}\ a.\ \text{Cos.}\ b.$

*) Siehe des Verfassers Beiträge zu den Seewissenschaften 1. Theil, 1. Abschnitt §. 6.

Subtrahirt man 2 von 1, so ist

6) $\text{Sin.}\,(a + b) - \text{Sin.}\,(a - b = 2\,\text{Cos.}\,a.\,\text{Sin.}\,b.$

Addirt man 3 und 4, so ist

7) $\text{Cos.}\,(a + b) + \text{Cos.}\,(a - b) = 2\,\text{Cos.}\,a.\,\text{Cos.}\,b.$

und subtrahirt man dieselben Formeln, so ist

8) $\text{Cos.}\,(a - b) - \text{Cos.}\,(a + b = 2\,\text{Sin.}\,a.\,\text{Sin.}\,b.$

Setzt man nun $b = a$, so ist

9) $\text{Sin.}\,2a = 2\,\text{Sin.}\,a.\,\text{Cos.}\,a.$

10) $\text{Cos.}\,2a = 2\,\text{Cos.}^2 a - R$, oder $2\,\text{Cos.}^2 a - 1.$

und 11) $\text{Cos.}\,2a = R - 2\,\text{Sin.}^2 a.$

Setzt man ferner $a + b = h$ und $a - b = p - q$, so ist, wenn man addirt und subtrahirt

$$\begin{array}{l} a + b = h \\ a - b = p - q \\ \hline 2a = h + p - q \end{array} \quad \text{oder } a = \tfrac{1}{2}(h + p - q)$$

und

$$a + b = h$$

$$\frac{a - b = p - q}{2b = h + q - p}$$ oder $b = \frac{1}{2}(h + q - p)$.

Substituirt man diese Werthe in Nr. 5, so ist

12) $S.\,h + S.\,(p-q) = 2\,S.\,\frac{1}{2}(h+p-q)$
$Cos.\,\frac{1}{2}\,h + q - p)$

In Nr. 6

13) $S.\,h - S.\,(p-q) = 2\,Cos.\,\frac{1}{2}(h+p-q)$.
$S.\,\frac{1}{2}\,(h+q-p)$

In Nr. 7

14) $Cos.\,h + C.\,(p-q) = 2\,Cos.\,\frac{1}{2}(h+p-q)$.
$C.\,\frac{1}{2}(h+q-p)$.

In Nr. 8

15) $Cos.\,(p-q) - C.\,h = 2\,S.\,\frac{1}{2}(h+p-q)$.
$S.\,\frac{1}{2}(h+q-p)$.

Wenn ferner $a + b = p + q$ und $a - b = h$, so ist $a = \frac{1}{2}(p + q + h)$ und $b = \frac{1}{2}(p + q - h)$ und substituirt man diese Werthe für a und b in Nr. 5, 6, 7 und 8, so ist:

16) $\text{Sin.}(p \mp q) \mp S.h = 2\,S.\tfrac{1}{2}(p \mp q \mp h).$
$\text{Cos.}\,\tfrac{1}{2}\,(p \mp q - h)$

17) $\text{Sin.}(p \mp q) - S.\,h = 2\,C.\tfrac{1}{2}(p \mp q \mp h).$
$S.\tfrac{1}{2}(p \mp q - h)$

18) $\text{Cos.}\,(p \mp q) \mp C.\,h = 2\,C.\,\tfrac{1}{2}\,(p \mp q \mp h).$
$C.\,\tfrac{1}{2}(p \mp q - h)$

19) $\text{Cos.}\,h - C.(p \mp q) = 2\,S.\,\tfrac{1}{2}(p \mp q \mp h).$
$S.\,\tfrac{1}{2}(p \mp q - h).$

Grundformel.

In einem jeden Kugeldreiecke ist der Cosinus eines seiner Winkel gleich dem Cosinus der gegenüber liegenden Seite, weniger dem Produkte der Cosinusse der beiden andern Seiten, dividirt durch das Produkt der Sinusse dieser nämlichen Seiten. Bezeichnet man in Fig. 1. die Seiten AB, AC und BC mit b, a und c, so muß

$$\text{Cos.}\,C = \frac{\text{Cos.}\,b - \text{Cos.}\,a\,.\,\text{Cos.}\,c}{\text{Sin.}\,a\,.\,\text{Sin.}\,c}\ \text{seyn.}$$

Be-

Beweis.

Man ziehe AD senkrecht auf BC, so hat man nach den bekannten Regeln der sphärischen Trigonometrie:

Cos. a : Cos. b = Cos. CD : Cos. BD; da aber BD = BC — CD = c — CD, so ist Cos. a : Cos. b = Cos. CD : Cos. (c — CD). Da aber Cos. (c — CD) = Cos. c . Cos. CD + Sin. c. Sin. CD, so erhält man, wenn man substituirt, Cos. a : C. b = C. CD : C. c. C. CD + Sin. c. S. CD.

Dividirt man durch Cos. CD, so ist

$$\text{Cos. a} : \text{Cos. b} = 1 : \text{Cos. c} + \frac{\text{Sin. c. S. CD}}{\text{Cos. CD.}}$$

Da nun aber $\frac{\text{Sin. CD}}{\text{Cos. CD}} =$ Tangente CD,

so ist auch Cos. a : Cos. b = 1 : Cos. c + Sin. c. Tang. CD.

Nun ist aber auch im Dreieck ADC 1 : Cos. C = Tang. a : Tang. CD, also

$$\text{Tang. CD} = \text{Cos. C. Tang. a} = \text{Cos. C} \frac{\text{Sin. a}}{\text{Cos. a}};$$

und daher $\text{Cos. a} : \text{C. b} = 1 : \text{C. c} + \text{Sin. c} \frac{\text{S. a}}{\text{C. a}}$ Cos. C, oder C. a : C. b = C. a : C a . C. c + Sin. a . S. c. C. C, also Cos. a (C. a . C. c + Sin. a . S. c . Cos. C) = C. b . C. a, oder Cos. a . Cos. c + Sin. a . Sin. c . Cos. C = Cos. b, oder Sin. a . Sin. c . Cos. C = Cos. b − Cos. a . Cos. c,

$$\text{also Cos. C} = \frac{\text{Cos. b} - \text{Cos. a . Cos. c}}{\text{Sin. a . Sin. c}}$$

Anwendung der Formel, um den Zeitwinkel zu bestimmen.

Wenn in Fig. 2. AB den Horizont, AZB den Mittagskreis, EQ den Gleicher, nm den Tageskreis eines Gestirns vorstellen; so ist SP der Abstand desselben vom Pole, den wir mit d bezeichnen wollen, PB die Polhöhe, welche l heißen mag, HS die gemessene Sonnenhöhe = h und ∠SPZ der gesuchte Zeitwinkel, der = a sey.

Nun ist nach dem vorhergehenden Beweise

$$\text{Cos. ZPS} = \frac{\text{Cos. ZS} - \text{Cos. PZ} \cdot \text{Cos. PS}}{\text{Sin. PZ} \cdot \text{Sin. PS}},$$

oder $\text{Cos. a} = \frac{\text{Sin. h} - \text{Sin. l} \cdot \text{Cos. d}}{\text{Cos. l} \cdot \text{Sin. d}}.$

Es ist aber $\text{Cos. a} = 1 - 2\ \text{Sin.}^2 \tfrac{1}{2}\text{a}$ und $\text{Cos. d} \cdot \text{Sin. l} = \text{S.} (\text{d} + \text{l}) - \text{C. l} \cdot \text{S. d}$, welches substituirt $1 - 2\ \text{Sin.}^2 \tfrac{1}{2}\text{a} = \frac{\text{Sin. h} - (\text{Sin. d} + \text{l}) - \text{Cos. l} \cdot \text{S. d}}{\text{Cos. l} \cdot \text{Sin. d}}$ giebt,

od. $2\ \text{S.}^2 \tfrac{1}{2}\text{a} = \frac{1 - \text{S. h} - \text{S.} (\text{d} + \text{l}) + \text{C. l} \cdot \text{S. d}}{\text{Cos. l} \cdot \text{Sin. d}}$

oder $2\ \text{Sin.}^2 \tfrac{1}{2}\text{a} = \frac{\text{Cos. l} \cdot \text{Sin. d} - \text{S. h} + \text{S.} (\text{d} + \text{l}) - \text{C. l} \cdot \text{S. d}}{\text{Cos. l} \cdot \text{Sin. d}}$

oder $2\ \text{Sin.}^2 \tfrac{1}{2}\text{a} = \frac{\text{Sin.} (\text{d} + \text{l}) - \text{Sin. h}}{\text{Cos. l} \cdot \text{Sin. d}}$

Da aber nach Nr. 17

$\text{Sin.} (\text{d} + \text{l}) - \text{S. h} = 2\ \text{Cos.} \tfrac{1}{2} (\text{l} + \text{d} + \text{h})\ \text{S.} \tfrac{1}{2} (\text{l} + \text{d} - \text{h})$, so ist auch

$$\text{Sin.}^2 \tfrac{1}{2}\text{a} = \frac{\text{Cos.} \tfrac{1}{2} (\text{l} + \text{d} + \text{h}) \cdot \text{S.} \tfrac{1}{2} (\text{l} + \text{d} - \text{h})}{\text{Cos. l} \cdot \text{Sin. d}}.$$

Gesetzt also, die wahre Sonnenhöhe sey 38° 20′, die Breite 34° 1′, der Sonne Abstand vom Pole 84° 54′, so findet man den Zeitwinkel also:

$h = 38° 20'$ Kompl. Log. Cos. 0,0815110
$l = 34° 1'$ . . .
$d = 84° 54'$ Kompl. Log. Sin. 0,0017228

$l + d + h = 157° 15' (2$

$\frac{1}{2}(l + d + h) = 78° 37' 30''$ Log. Cos. 92949721
$\frac{1}{2}(l + d + h) - h = 40° 17' 30''$ L. S. 98106887

div. 2) 19,1888946

95944473

Log. Sinus von $23° 8' 40'' = \frac{1}{2}a$, also
$46° 17' 20'' = a =$ Zeitwinkel
SPZ.

Anwen-

Anwendung der Formel, um nach der Methode des Herrn Douwes die Breite aus zwei gemessenen Sonnenhöhen zu bestimmen.

Wenn H und h die gemessenen Höhen und A und a die zustimmenden Zeitwinkel, so ist nach dem oben Bewiesenen

$$\text{Cos. } a = \frac{\text{Sin. } h - \text{Sin. } l \,.\, \text{Cos. } d}{\text{Cos. } l \,.\, \text{Sin. } d} \quad \text{und}$$

$$\text{Cos. } A = \frac{\text{Sin. } H - \text{Sin. } l \,.\, \text{Cos. } d}{\text{Cos. } l \,.\, \text{Sin. } d.}$$

Man subtrahirt die unterste Formel von der obern; weil, wenn $a < A$, nothwendig $\text{Cos. } a > \text{Cos. } A$ seyn muß, und man erhält

$$\text{Cos. } a - \text{Cos. } A = \frac{\text{Sin. } h - \text{Sin. } H}{\text{Cos. } l \,.\, \text{Sin. } d}$$

Nun ist aber nach Nr. 19

$$\text{Cos. } a - \text{C.}A = 2\,\text{Sin.}\tfrac{1}{2}(a + A) \,.\, \text{S.}\tfrac{1}{2}(a - A)$$

also

$$2\,\text{Sin.}\tfrac{1}{2}(a + A) \,.\, \text{S.}\tfrac{1}{2}(a - A) = \frac{\text{Sin.}h - \text{S.}H}{\text{Cos. } l \,.\, \text{S.}\, d}$$

oder

$$2\,\text{Sin.}\,\tfrac{1}{2}(a\mp A = \frac{\text{Sin. } h - \text{Sin. } H}{\text{Sin.}\,\frac{1}{2}(a\pm A)\,\text{Cos.}\,l.\,\text{Sin.}\,d}$$

Bezeichnet man nun mit D die Abweichung der Sonne und erinnert sich, daß bloß am Mittage der Sonnen Abstand vom Zenith gleich der Breite + oder — der Abweichung oder $= l \pm D$ seyn kann, und daß am Mittage die Sonnenhöhe selbst gleich dem Komplemente dieser Größe seyn muß, oder daß, wenn die Mittagshöhe K heißt, allemal auch $K = 90 - (l \pm D)$ und Sin. $K =$ Cos. $(l \pm D)$. Nun ist aber Cos. $(l \pm D) =$ Cos. l. Cos. D $\pm$ Sin. l. Sin. D, oder, wenn man statt D die Entfernung vom Pole, oder d setzt, Cos. $l \pm D =$ (Cos. l. Sin. d $\mp$ Sin. l. Cos. d, also Sin. K = Cos. l. Sin. d $\mp$ S. l. Cos. d.

$$\text{Aber aus Cos. } A = \frac{\text{Sin. } H - \text{Sin. } l.\,\text{Cos. } d}{\text{Cos. } l.\,\text{Sin. } d}$$

folgt Sin. l. Cos. d = Sin. H — Cos. l. S. d.

Cos. A; folglich Sin. K = Cos. l. Sin. d + Sin. H − Cos. l. Sin. d. Cos. A, welches sich auch also darstellen läßt:

$$\text{Sin. } K = \text{Sin. } H + \text{Cos. } l \,.\, \text{Sin. } d \,(1 - \text{Cos. } A).$$

Nun aber ist $1 - \text{Cos.}\,A = \text{Sin. versus}\,A$, und daher $\text{Sin. } K = \text{Sin. versus } A \,.\, \text{Cos. } l \,.\, \text{Sin. } d + \text{Sin. } H$.

Dieß sind die beiden Formeln der Methode von **Douwes**.

Gesetzt nun, die Sonnenhöhe sey um 10 Uhr 24′ gleich 49° 9′ und um 1 Uhr 14′ gleich 51° 59′ gemessen; die gemuthmaßte Breite 47° 19′ nördlich und die Sonnenabweichung 12° 16′ ebenfalls nördlich gewesen, so wird die Rechnung also geführt:

Hier ist $a = 1$ Stunde 36′, $A = 1$ Stunde 14′, $h = 49° 9'$, $H = 51° 59'$, $l = 47° 19'$ und $d = 77° 44'$; also $a + A = 2$ Stunden 50′ und $\frac{1}{2}(a + A) = 1$ Stunde 25′.

Korrek-

Korrektion der Stundenwinkel nach der Formel.

$$2\,\text{Sin.}\tfrac{1}{2}(a-A = \frac{\text{Sin. h} - \text{Sin. H}}{\text{Sin.}\tfrac{1}{2}(a+A)\,.\,\text{Cos. l}\,.\,\text{S. d}}$$

Sin. h = 49° 9′ . .	75642	
Sin. H = 51° 59′ .	78783	
also Sin. H — Sin. h	3141	
Log. von 3141 . .		349707
½ (a+A = 1 St. 25′ = 21° 15′ K. L. S.		0.44077
Kompl. Log. Sin. 47° 19′ = l .		0.16880
Kompl. Log. Cos. 77° 40′ = d .		0.01003
	Summa	4,11667

addirt 5, weil die Sinusse aus 10 Ziffern bestehen sollten und die gebrauchten nur 5 haben

Log. Sinus 9,11667

also 2 Sin. ½ (a—A) = 7° 30′ = 0 Uhr 30′,
folglich ½ (a—A) = 0 Uhr 15′

Nun ist die zwischen den Beobachtungen verflossene Zeit oder $(a + A) = 2$ Uhr $50'$, also $\frac{1}{2}(a + A) = 1$ Uhr $25'$ und $\frac{1}{2}(a - A = 0$ Uhr $15'$, folglich subtrahirt

$A = 1$ Stunde $10'$, wornach sich der Gang der Uhr berichtigen läßt.

Berechnung der Mittagshöhe nach der Formel.

Sin. K = Sin. vers. A . Cos. l . C.d + S.H

L.S.vers. A = 1 — C. A = 100000 - 95372 = 4628

Log. 4628	. .	3.66542
K. L. Cos. $47°19'$	0.16880	
K. L. S. $77°40'$	0.01003	
welche beide schon oben gefunden, deren Summe		0.17883 subt. *)
		3.48659 Log.

*) Diese beiden Kompl. werden subtrahirt, weil jedes derselben ein Bruch ist, und es einerlei ist, ob eine Größe durch einen umgekehrten Bruch dividirt, oder durch den Bruch selbst multiplicirt wird.

giebt 3066
addirt 78783 Sin. H

giebt 81849 Sinus
von 54° 56 = K = der mittäglichen Höhe.
Endlich Kompl. der Mittagshöhe = 35° 4′
nördliche Abweichung = 12° 16′,

also die gesuchte Breite 47° 20′ nördl.

Noch bequemer zum Gebrauche lassen sich die beiden gefundenen Formeln also einrichten. Nach Nr. 17 ist Sin. h − Sin. H = 2 Cos. ½ (h + H). Sin. ½ (h − H), welches statt Sin. h − Sin. H in die erste Formel substituirt,

$$\text{Sin.}\,\tfrac{1}{2}(a - A) = \frac{\text{C.}\,\tfrac{1}{2}(h + H\,.\,\text{S.}\,\tfrac{1}{2}(h - H)}{\text{S.}\,\tfrac{1}{2}(a + A)\,.\,\text{Cos.}\,l\,.\,\text{S.}\,d}$$

giebt, eine Formel, welche ganz durch Logarithmen aufgelöst werden kann. In der zweiten Formel hatten wir oben Sin. K = Sin. H + Cos. l. Sin. d (1 − Cos. A), da aber 1 − Cos. A = 2 Sin.² ½ A, so ist Sin.

$K = \text{Sin.}\,H + 2\,\text{Cos.}\,l.\,\text{Sin.}\,d.\,\text{Sin.}^2\,\tfrac{1}{2}A$, und das zweite Glied durch Sin. H, multiplicirt und dividirt,

$$\text{Sin.}K = \text{Sin.}H\left(1 + \frac{2\,\text{C.}\,l.\,\text{S.}d.\,\text{S.}^2\tfrac{1}{2}A}{\text{Sin.}\,H}\right)$$

Nun setze man $\dfrac{2\,\text{Cos.}\,l.\,\text{S.}\,d.\,\text{S.}^2\,\tfrac{1}{2}A}{\text{Sin.}\,H} =$

$\text{Tang.}^2\,M = \dfrac{\text{Sin.}^2\,M}{\text{Cos.}^2\,M}$, so ist $\text{Sin.}\,K =$

$$\text{S.H.}\left(1 + \frac{\text{S.}^2M}{\text{C.}^2M}\right) = \text{S.H}\left(\frac{\text{C.}^2M\,\text{S.}^2M}{\text{Cos.}^2M}\right)$$

oder auch $= \text{Sin.}\,H \times \dfrac{1}{\text{Cos.}^2M} = \dfrac{\text{Sin.}\,H}{\text{Cos.}^2M}$.

Nach diesen beiden Formeln wollen wir nun das letzte Exempel auflösen. Hier ist nämlich $\tfrac{1}{2}(a + A) = 1$ Stunde $25' = 21^\circ\,15'$, $h + H = 101^\circ\,8'$, $\tfrac{1}{2}(h + H = 50^\circ\,34$, $h - H = 2^\circ\,50'$ und also $\tfrac{1}{2}(h - H) = 1^\circ\,25'$; folglich aus der ersten Formel

Log. Cos. $50^\circ\,34'$ . . 98028968
Log. Sin. $1^\circ\,25'$ . . . 83931008
Kompl. Log. Sin. $21^\circ\,15 = 0.4407662$

Kompl. Log. Cos. 47° 19′ 0.1688050
Kompl. Log. Sin. 77° 40′ 0.0100302

8.8155990 Log. S.
von $3^\circ 45 = \frac{1}{2}(a - A)$ oder
$\frac{1}{2}(a - A) = 0$ Stunde 15′
Nun war $\frac{1}{2}(a + A) = 1$ Stunde 25′

also A = 1 Stunde 10′, wie vorher.

Nun den Werth von Cos. ²M also gesucht:

$$\text{Es war Tang. } {}^2M = \frac{2\,\text{Cos. l. S. d. S. } {}^2\frac{1}{2}A}{\text{Sin. H.}}$$

Nun ist A gefunden 1 Stunde 10′ = 17° 30′, also $\frac{1}{2}$ A = 8° 45′, folglich

2 Log. Sin. 8° 45′ .	83643920
Log. 2	03010300
Log. Cos. 47° 19′ . .	9.8311950
Log. Sin. 77° 40′ . .	99899698
Kompl. Log. S. 51° 59′ =	0.1035666
Log. Tang. ²M	18.5901534
Log. Tang. M . .	9.2950767, davon

den gegenüber stehenden Cosinus genommen, also Log. Cos. M . 9.9917074

daher Log. Cos. ² M 9.9834148, diesen in

die zweite Formel $S. K = \frac{Sin. H}{Cos.^2 M}$ gesetzt,

giebt Log. Sin. 51° 59′ = 9896 1334

Kompl. log. Cos. ²M = 0.0165852

Log. Sin. K . 9.9130186,

oder die Mittagshöhe K = 54° 56′, woraus, wie oben, die Breite 47° 20′ abgeleitet wird. Bei dem Gebrauche dieser Formeln kann man also die Tabellen des Herrn Douwes ganz entbehren und die Rechnung mit einiger Uebung eben so geschwind verrichten.

Anwendung der allgemeinen Grundformel auf die Berechnung des Azimuths.

Nach der allgemeinen Formel ist der Ausdruck des Azimuthal-Winkels: C. PSZ

$$= \frac{Cos. PS - Cos. PZ . Cos. ZS}{Sin. PZ . Sin. ZS}$$ nach

Fig. 2.

Bezeichnet man nun den Azimuthal-Winkel mit Z und behält die obigen Bezeichnungen bei, so verwandelt sich diese Formel in $\text{Cos.}\, Z = \frac{\text{Cos.}\, d - \text{Sin.}\, l.\, \text{S.}\, h}{\text{Cos.}\, l.\, \text{Cos.}\, h}$;

da aber $\text{Cos.}\, Z = 2\, \text{Cos.}^2 \frac{1}{2} Z - 1$ und ebenfalls $\text{S.}\, l.\, \text{S.}\, h = \text{Cos.}\, l.\, \text{C.}\, h - \text{C.}\,(l + h)$, so ist

$$2\, \text{Cos.}^2 \tfrac{1}{2} Z - 1 = \frac{\text{C.}\, d - \text{C.}\, l.\, \text{C.}\, h + \text{C.}\,(l+h)}{\text{Cos.}\, l.\, \text{Cos.}\, h},$$

oder $2\, \text{Cos.}^2 \frac{1}{2} Z - 1 = \frac{\text{Cos.}\, d + \text{C.}\,(l+h)}{\text{Cos.}\, l.\, \text{Cos.}\, h} - 1$,

oder $2\, \text{Cos.}^2 \frac{1}{2} Z = \frac{\text{Cos.}\, d + \text{Cos.}\,(l+h)}{\text{Cos.}\, l.\, \text{Cos.}\, h}$ Nun aber ist nach Nr. 18 $\text{Cos.}\, d + \text{Cos.}\,(l+h) = 2\, \text{Cos.}\, \frac{1}{2}(l + h + d).\, \text{Cos.}\, \frac{1}{2}(l + h - d)$, also

$$\text{C.}^2 \tfrac{1}{2} Z = \frac{\text{C.}\, \frac{1}{2}(l + h + d).\, \text{C.}\, \frac{1}{2}(l + h - d)}{\text{Cos.}\, l.\, \text{Cos.}\, h.}$$

Ist nun z. B. der Abstand der Sonne vom Pole, oder $SP = d = 99^\circ\, 50'$, die gemessene Sonnenhöhe $h = 27^\circ\, 10'$ und die Breite $l = 36^\circ\, 45'$, so hat man

d . .	$99^\circ\ 50'$	
h . .	$27^\circ\ 10$.	Komp. L. C. 00507651
l . .	$36^\circ\ 45'$.	Komp. L. C. 00962299
also $d+l+h$.	$163^\circ\ 45'$	
$\frac{1}{2}(d+l+h)$.	$81^\circ\ 52'\ 30''$	Log. C. 9.1502442
$\frac{1}{2}(d+l+h)-d$ . .	$17^\circ\ 57'\ 30''$	L. C. 9.9783020

Log. Cos. $^2\frac{1}{2}Z$ oder Summe 19.2755412

also Log. Cos. $\frac{1}{2}Z$ . . . 9.6377706

folglich $\frac{1}{2}Z$ . . . $64^\circ\ 15'\ 30''$

also Z . . . . . $128^\circ\ 31'\ 0''$ das gesuchte Azimuth.

Anwendung der Grundformel auf die Berechnung der Höhe eines Gestirns.

Nach der Grundformel war

$$\text{Cos. } a = \frac{\text{Sin. } h - \text{Sin. } l \,.\, \text{Cos. } d}{\text{Cos. } l \,.\, \text{Sin. } d}$$ und daraus

$$\text{Sin. } h = \text{Sin. } l \,.\, \text{Cos. } d + \text{Cos. } l \,.\, \text{Sin. } d \text{ C. } a;$$

da aber $\text{Cos. } a = 1 - 2 \text{ Sin.}^2 \frac{1}{2} a$, so ist auch

$$\text{S. } h = \text{S. } l \,.\, \text{C. } d + \text{C. } l \,.\, \text{S. } d - 2 \text{ C. } l \,.\, \text{S. } d$$

$\text{Sin.}^2\,\frac{1}{2}a$, aber da $\text{S.}\,l\,.\,\text{Cos.}\,d \pm \text{C.}\,l\,.\,\text{S.}\,d = \text{Sin.}\,(l \pm d)$, so ist $\text{S.}\,h = \text{S.}\,(l \pm d) - 2\,\text{C.}\,l\,.\,\text{Sin.}\,d\,.\,\text{S.}^2\,\frac{1}{2}a$, welches auch also sich ausdrücken läßt:

$$\text{Sin.}\,h = \text{S.}\,(l \pm d)\left(1 - \frac{2\,\text{C.}\,l\,.\,\text{S.}\,d\,.\,\text{S.}^2\frac{1}{2}a}{\text{Sin.}\,(l \pm d)}\right)$$

Setzt man nun $\frac{2\,\text{C.}\,l\,.\,\text{S.}\,d\,.\,\text{S.}^2\frac{1}{2}a}{\text{Sin.}\,(l \pm d)} = \text{S.}^2 B$, so wird $\text{Sin.}\,h = \text{S.}\,(l \pm d)(1 - \text{S.}^2 B)$ oder $\text{Sin.}\,h = \text{Sin.}\,(l \pm d)\,.\,\text{Cos.}^2 B$.

Es sey nun z. E. die nördliche Breite, oder $l = 15^\circ\,10'$, die Sonnenabweichung 13°, und man will die Höhe derselben um 0 Uhr 55′ 46″ bestimmen, so ist hier

$a = 13^\circ\,56'\,30''$

also $\frac{1}{2}a = 6^\circ\,58'\,15''$ davon 2 L. S. 18.1698002

Log. Cos. l oder von $15^\circ\,10'$. 9.9846033

Log. Sin. d . $77^\circ\,0'$. 9.9887239

$l \pm d$ . . $92^\circ\,10'$ K. L. S. 0.0003106

Summe − 20 = Log. Sin.² B 18.4444680

Log. Sin. B . 9.2222340

also Log. Cos. B . . 99938716

Log. Cos.^{2} B . . 99877432

Log. Sin. (l + d) . . 9.9996894

Summe 9.9874326 = L. S. h

also $h = 76° \; 17' \; 0''$, welches die gesuchte Höhe des Gestirns ist.

Anwendung der Grundformel auf die Berechnung des wahren Abstandes des Mondes von der Sonne, oder von einem Fixsterne, wenn der scheinbare gegeben ist.

Wenn in Fig. 4. nm ein Stück des Horizonts, ZS und ZO ein Paar Scheitelkreise, die durch beide Gestirne E und L gehen, SE und OL die scheinbaren, Se und Ol die wahren Höhen der Gestirne sind, so ist EL der scheinbare, und el der wahre Abstand derselben, welcher gefunden werden muß.

Es sey zu diesem Endzwecke a die scheinbare Höhe SE, b = LO, A die wahre

Höhe = Se, B = Ol. Nun hat man nach der Grundformel im $\triangle$ ZEL

$$\mathrm{Cos.}\,Z = \frac{\mathrm{C.}\,EL - \mathrm{C.}\,ZE\,.\,\mathrm{C.}\,ZL}{\mathrm{Sin.}\,ZE\;\mathrm{Sin.}\,ZL}$$ und im $\triangle$Zel

ebenfalls $$\mathrm{C}\,Z = \frac{\mathrm{C.}\,el - \mathrm{C.}\,Ze\,.\,\mathrm{C.}\,Zl}{\mathrm{Sin.}\,Ze\,.\,\mathrm{Sin.}\,Zl},$$ und daher

$$\frac{\mathrm{Cos}\,EL - \mathrm{C.}ZE\,\mathrm{C.}ZL}{\mathrm{Sin.}\,ZE\,.\,\mathrm{Sin.}\,ZL} = \frac{\mathrm{C}\,el - \mathrm{C.}Ze\,.\,\mathrm{C.}Zl}{\mathrm{Sin.}\,Ze\,.\,\mathrm{S.}\,Zl},$$

das ist, nach obiger Bezeichnung,

$$\frac{\mathrm{Cos.}EL - \mathrm{S.}a\,.\,\mathrm{S.}b}{\mathrm{Cos.}\,a\,.\,\mathrm{Cos.}\,b} = \frac{\mathrm{Cos.}el - \mathrm{S.}A\,.\,\mathrm{S.}B}{\mathrm{Cos.}\,A\,.\,\mathrm{Cos.}\,B}.$$

Nun aber ist

$\mathrm{Sin.}\,a\,.\,\mathrm{Sin.}b = \mathrm{Cos.}\,a\,.\,\mathrm{C.}\,b - \mathrm{C.}\,(a+b)$, und eben so $\mathrm{Sin.}\,A\,.\,\mathrm{S.}B = \mathrm{Cos.}\,A\,.\,\mathrm{C.}\,B - \mathrm{Cos.}\,(A+B)$; und setzt man die Summe der scheinbaren Höhe $a + b = h$ und die der wahren $A+B = H$, den scheinbaren Abstand $El = d$ und den wahren $el = D$, so erhält man:

$$\frac{\mathrm{C.}d - \mathrm{C.}a.\mathrm{C.}\,b + \mathrm{C.}h}{\mathrm{Cos.}\,a\,.\,\mathrm{Cos.}\,b} = \frac{\mathrm{C.}D - \mathrm{C.}A.\mathrm{C.}B + \mathrm{C.}H}{\mathrm{Cos.}\,A\,.\,\mathrm{Cos.}\,B}.$$

Streicht man nun aus, was sich aufhebt, so erhält man:

$$\frac{\text{Cos. } d + \text{Cos. } h}{\text{Cos. } a \,.\, \text{Cos. } b} = \frac{\text{Cos. } D + \text{Cos. } H}{\text{Cos. } A \,.\, \text{Cos. } B.}$$

Nun aber ist nach oben Bewiesenem

$$\text{Cos. } d + \text{Cos. } h = 2\,\text{C.}\tfrac{1}{2}(h+d)\,.\,\text{C.}\tfrac{1}{2}(h-d),$$

welches substituirt,

$$\frac{\text{Cos. } D + \text{Cos. } H}{\text{Cos. } A \,.\, \text{Cos. } B} = \frac{2\,\text{C.}\tfrac{1}{2}(h+d)\,.\,\text{C.}\tfrac{1}{2}(h-d}{\text{Cos. } a \,.\, \text{Cos. } b}$$

giebt. Es ist aber ferner

$\text{Cos. } D = 1 - 2\,\text{Sin.}^2\tfrac{1}{2} D$ und

$\text{Cos. } H = 1 - 2\,\text{Sin.}^2\tfrac{1}{2} H$

welches wiederum substituirt

$$\frac{1 - 2\,\text{Sin.}^2\tfrac{1}{2} D + 1 - 2\,\text{Sin.}^2\tfrac{1}{2} H}{\text{Cos. } A \,.\, \text{Cos. } B} =$$

$$\frac{2\,\text{Cos.}\tfrac{1}{2}(h+d)\,.\,\text{Cos.}\tfrac{1}{2}(h-d)}{\text{Cos. } a \,.\, \text{Cos. } b} \text{ giebt.}$$

Ferner ist $\text{Sin.}^2\tfrac{1}{2} H = 1 - \text{C.}^2\tfrac{1}{2} H$, also $1 - 2\,\text{Sin.}^2\tfrac{1}{2} H = 1 - 2(1 - \text{Cos.}^2\tfrac{1}{2} H)$ oder $= -1 + 2\,\text{Cos.}^2\tfrac{1}{2} H$, welches substituirt

$$\frac{1 - 2\,\text{Sin.}^2\,\tfrac{1}{2}D - 1 + 2\,\text{Cos.}^2\,\tfrac{1}{2}H}{\text{Cos.}\,A\,.\,\text{Cos.}\,B} =$$

$$\frac{2\,\text{Cos.}\,\tfrac{1}{2}(h+d)\,.\,\text{Cos.}\,\tfrac{1}{2}(h-d)}{\text{Cos.}\,a\,.\,\text{Cos.}\,b}$$ giebt, oder

durch 2 dividirt und reducirt

$$\frac{-\,\text{Sin.}^2\,\tfrac{1}{2}D + \text{Cos.}^2\,\tfrac{1}{2}H}{\text{Cos.}\,A\,.\,\text{Cos.}\,B} =$$

$$\frac{\text{Cos.}\,\tfrac{1}{2}(h+d)\,.\,\text{Cos.}\,\tfrac{1}{2}\,h - d}{\text{Cos.}\,a\,.\,\text{Cos.}\,b},$$

multiplizirt durch Cos. A . Cos. B

$$-\,\text{Sin.}^2\,\tfrac{1}{2}D + \text{Cos.}^2\,\tfrac{1}{2}H =$$

$$\frac{\text{Cos.}\,\tfrac{1}{2}(h+d)\,.\,\text{Cos.}\,\tfrac{1}{2}(h-d)\,.\,\text{Cos.}\,A\,.\,C.\,B}{\text{Cos.}\,a\,.\,\text{Cos.}\,b.}$$

Setzt man nun

$$\frac{\text{Cos.}\,\tfrac{1}{2}(h+d)\,.\,\text{Cos.}\,\tfrac{1}{2}(h-d)\,.\,C.\,A\,.\,C.\,B}{\text{Cos.}\,a\,.\,\text{Cos.}\,b}$$

$= G^2$, so ist $-\,\text{Sin.}^2\,\tfrac{1}{2}D + C.^2\,\tfrac{1}{2}H = G^2$, folglich auch $\text{Sin.}^2\,\tfrac{1}{2}D = \text{Cos.}^2\,\tfrac{1}{2}H - G^2$, welches sich auch also ausdrücken läßt:

$$\text{Sin.}^2\,\tfrac{1}{2}D = \text{Cos.}^2\,\tfrac{1}{2}H\left(1 - \frac{G^2}{C.^2\,\tfrac{1}{2}H.}\right)$$

Nun sey ferner $\frac{G^2}{\text{Cos.}^2 \frac{1}{2} H} = \text{Sin.}^2 M$ so ist

$\text{Sin.}^2 \frac{1}{2} D = \text{Cos.}^2 \frac{1}{2} H (1 - \text{Sin.}^2 M)$ oder

$\text{Sin.}^2 \frac{1}{2} D = \text{Cos.}^2 \frac{1}{2} H \cdot \text{Cos.}^2 M$ und

$\text{Sin.} \frac{1}{2} D = \text{Cos.} \frac{1}{2} H \cdot \text{Cos.} M$, welches die gesuchte Formel ist.

Exempel.

Der scheinbare Abstand od. hier d sey		52° 25′ 1″
Die scheinbare Sonnenhöhe a		20° 26′ 36″
Die scheinbare Mondhöhe b	=	62° 56′ 1″
Die wahre Sonnenhöhe A	=	20° 26′ 59″
Die wahre Mondhöhe B	=	63° 17′ 10″,
so ist a + b oder h	=	83° 22′ 37″
und A + B oder H	=	83° 44′ 9″
Abstand oder d	=	52° 25′ 1″
also h + d	=	135° 47′ 38″
h − d	=	30° 57′ 36″
½ (h + d)	=	67° 53′ 49″

$\frac{1}{2}(h - d) \quad = \quad 15^\circ\, 28'\, 48''$

$\frac{1}{2}(A + B)$ oder $\frac{1}{2}H \quad = \quad 41^\circ\, 52''\, 4''$

Berechnung der 1. Gleichung.

$$G^2 = \frac{\text{Cos.}\,\frac{1}{2}(h+d)\,.\,\text{C.}\,\frac{1}{2}(h-d)\,.\,\text{C.A}\,.\,\text{C.B}}{\text{Cos. a . Cos. b}}$$

$a = 20^\circ\, 26'\, 36''$	Kompl. Log. C.	0.0282520
$b = 62^\circ\, 56'\, 1''$	Kompl. Log. Cos.	0.3419629
$\frac{1}{2}(h+d)\; 67^\circ\, 53'\, 49''$	Log. Cos.	9.5755038
$\frac{1}{2}(h-d)\; 15^\circ\, 28'\, 48''$	Log. Cos.	9.9839526
A . . $20^\circ\, 26'\, 59''$	Log. Cos.	9.9717299
B . . $63^\circ\, 17'\, 10''$	Log. Cos.	9.6527640
Summe — 20	Log. G^2	195541652
Divid. 2)	Log. G .	97770826

Berechnung des Winkels M durch die Gleichung Sin. $M = \frac{G}{\text{Cos.}\,\frac{1}{2}H}$

Der gefundne Log. G . .		97770826
$\frac{1}{2}H = 41^\circ\, 52'\, 4''$	Kompl. Log. C.	0,1280262
Summa Log. Sin. M		99051088.

In der Tafel gerade gegenüber, dessen Cosinus gesucht, giebt Log. Cos. M 97745220

Endlich aus der Formel

$$\text{Sin.}\ \tfrac{1}{2}D = \text{Cos.}\ M \,.\, \text{Cos.}\ \tfrac{1}{2}H$$

Der gefundene Log. Cos. M . 97745220

Log. Cos. $\frac{1}{2}$H 9.8719737

Summa — 10 Log. Sin. $\frac{1}{2}$D = 96464957

also $\frac{1}{2}D = 26^\circ\, 18'\, 5''$,

folglich $D = 52^\circ\, 36'\, 10''$,

welches der wahre Abstand der beiden Gestirne ist.

Anwendung der Grundformel auf eine andere Methode, den wahren Abstand zweier Gestirne aus dem gemessenen zu bestimmen.

In Fig. 4. mögen die Buchstaben die oben angezeigte Bedeutung haben, und Ee und Ll sey der Unterschied der Refraktion und Parallaxis eines jeden Gestirns. Zieht man nun En und Lm auf el senkrecht, so sind die kleinen Bogen ne und ml die Wirkungen der Parallaxis und Refraktion auf den Abstand der Gestirne und folglich die Korrektionen, welche bei dem scheinbaren Abstande le angebracht, den wahren LE geben müssen.

Nun hat man im Δ Ene, als geradelinigt betrachtet, ne = Ee . Cosin. neE oder ne = Ee . Cosin. Zel. Nun aber ist nach der Grundformel

$$\text{Cos. Zel} = \frac{\text{Cos. Zl} - \text{Cos. Ze . Cos. el}}{\text{Sin. Ze . Sin. el},}$$

welches für Cos. Zel substituirt

$$\text{ne} = \text{Ee} \times \frac{\text{Cos. Zl} - \text{Cos. Ze . Cos. el}}{\text{Sin. Ze . Sin. el}} \text{ giebt,}$$

und da $\frac{\text{Cos. Ze}}{\text{Sin. Ze}} = \text{Cotang. Ze}$ und eben so

$\frac{\text{Cos. el}}{\text{Sin. el}} = \text{Cot. el}$, so ist auch

$$ne = Ee \times \left(\frac{\text{Cos. Zl}}{\text{Sin. Ze . S. el}} - \text{Ct. Ze . Ct. el} \right)$$

und da ferner $\frac{1}{\text{Sin. Ze}} = \text{Cosec. Ze}$, so ist auch

$$ne = Ee \times (\text{Cos. Zl} \times \text{Cosec. Ze} \times \text{Cosec. el} - \text{Cotang. Ze} \times \text{Cot. el}),$$ oder

da $\text{Cotang.} = \frac{1}{\text{Tang.}}$ und $\text{Cosin.} = \frac{1}{\text{Secant}}$,

so ist endlich

$$ne = Ee \times \left(\frac{1}{\text{Sec. Zl . Sin. Ze . Sin. el}} - \frac{1}{\text{Tang. Ze Tang. el,}} \right)$$

welches ein Ausdruck ist, der sich sehr leicht durch Logarithmen auflösen läßt. Eben so ist auch

$$ml = Ll \times \left(\frac{1}{\text{Sec. Ze . Sin. el . Sin. Zl}} - \frac{1}{\text{Tang. el . Tang. Zl.}} \right)$$

Anwendung der Grundformel auf die Methode des Herrn Douwes, um den Zeitwinkel zu bestimmen.

Wenn in Fig. 3. MZN der Meridian, MN ein Bogen des Horizonts, P der Pol, EQ der Aequator, oq ein Tageskreis, ZSH ein Scheitelkreis und DSP ein Abweichungskreis ist, so ist P der Zeitwinkel, und man hat nach der Grundformel

$$\text{Cos. } P = \frac{\text{Cos. } ZS - \text{Cos. } PS . \text{Cos. } PZ}{\text{Sin. } PS . \text{Sin. } PZ},$$

und daher

$$1 - \text{Cos. } P = 1 - \left(\frac{\text{Cos. } ZS - \text{Cos. } PS . \text{C. } PZ}{\text{Sin. } PS . \text{Sin. } PZ}\right)$$

oder Sin. vers. P

$$= \frac{\text{Sin. } PS . \text{S. } PZ + \text{Cos. } PS . \text{C. } PZ - \text{C. } ZS}{\text{Sin. } PZ . \text{Sin. } PS.}$$

Nun ist aber

$$\text{Sin. } PS . \text{Sin. } PZ + \text{Cos. } PS . \text{Cos. } PZ = \text{Cos. } (PS - PZ),$$ welches substituirt

$$\text{Sin. verſ.}\,P = \frac{\text{Coſ.}(PS-PZ)-\text{C.}ZS}{\text{Sin.}\,PZ\,.\,\text{Sin.}\,PS} \text{ giebt.}$$

Da aber $\frac{1}{\text{Sin. } PZ}$ = Coſecant PZ, ſo

iſt auch Sin. verſ. P

$$= \frac{\text{Coſec.}\,PZ\,.\,\text{Coſec.}\,PS\,.\,\text{C.}(PS-PZ)-\text{C.}ZS}{R^2}$$

oder in Logarithmen ausgedrückt und ſtatt Coſec. PZ, Secant Breite und ſtatt Coſec. PS Secant Declination geſetzt,

Log. Sin. verſ. P = Log. Sec. Br. + Log. Sec. Declin. + Log. [Coſ. (PS—PZ) — Coſ. ZS] — 2 Log. Rad.

Nun aber iſt PS — PZ = der Sonne Abſtand vom Scheitel am Mittage = Po — PZ = Breite ± Declination; folglich der Ausdruck des Zeitwinkels, den Herr Douwes den Logarithmus des Steigens oder Riſing nennt, Log. Sin. v. P = Log. Sec. Br. + Log. Sec. Declin. + Log. (Coſin. mittäglichen Scheitelabſtand — Sin.

beobachteten Höhe) — 2 Log. Radius, welchen Ausdruck Herr Douwes in Zeit verwandelt und in seinen Tabellen den Log. Rising nennt.

Gesetzt, man habe auf 53° 0′ nördlicher Breite, da die Sonne 20° 0′ nördliche Declination hatte, die Sonnenhöhe Vormittags um 7 Uhr 26′ gemessen 27° 49′, und man will den Gang der dabei gebrauchten Uhr wissen.

Auflösung.

Man verfahre nach der eben gefundnen Formel also:

53° 0′ Br. Log. Secant 1022054
20° 0′ Declin. Log. Secant 1002701

024755 -- 2 Log. Rad.

Scheitelabstand

33° Cosin. . 83867

Gemessene Höhe

27° 49 Sinus 46664

37203 N. Log. 457054

4.8109 N. Log.

von 65780 = Sin. vers. P

subtr. von 100000

giebt 34220 Cosinus

von 70° = dem Zeitwinkel,

in Zeit gebracht 4 Stunden 40'

von 12 subtr.

Wahre Zeit 7 Uhr 20' Morgens,

Zeit der Uhr 7 Uhr 26'

also die Uhr 6' zu schnell.

Voll=

Vollständiges Beispiel einer Längenberechnung.

Am 18ten Nov. 1807. wurde Abends um 11 Uhr 30', nach der verbesserten Schiffs-Uhr der Abstand des nächsten Mond-Randes vom Sterne Aldebaran gemessen 61° 40' 20", zugleich die Höhe des Sterns 42° 30' und die Unter-Rands-Höhe des Mondes 32° 8', indem die Höhe des Auges 20 Fuß über dem Wasser war.

Auflösung.

Des ☽ halber Diameter 16' 14", Horizontal-Parallaxis 59' 36".

Senkung des Horizonts für 20 Fuß		4′ 30″
☽ Unterrands-Höhe	.	32° 8′ —
✠ ☽ ½ Diamet.	.	0° 16′ 14″
		32° 24′ 14″
— Senkung für 20 Fuß		0° 4′ 30″
die scheinbare ☽ Höhe		32° 19′ 44″
✠ Höhen-Parallax. *)		0° 50′ 22″
		33° 10′ 6″
— Refraction	. . .	0° 1′ 28″
Die wahre ☽ Höhe		33° 8′ 38″

*) Diese Höhen-Parallaxis wird also gefunden

Log. Cosinus ☽ Höhe 32° 19: 992691.

Horizont. Parallax. 59′ 36″

sind No. Log. 3576″ . Log. 355340

✗3488031

davon streiche ab den ersten 1. und suche den No Log., welcher 3022 Secunden, oder 50′ 22″ Höhen Parallaxis ist.

Des Sterns gemeßne Höhe	42° 30′
— Senkung für 20 Fuß	0° 4′ 30
scheinbare Höhe .	42° 25′ 30″
— Refraction . . .	0° 1′ 3″
wahre Höhe des Sterns	42° 24′ 27″
gemeßner Abstand . .	61° 40′ 20″
+ des ☽ halben Diamet.	0° 16′ 14″
scheinbarer Abstand	61° 56′ 34″

scheinbare ☽ Höhe 32° 19′ 44″

Log. Sec. 1007315

scheinb. Sternhöhe 42° 25′ 30″

Log. Sec. 1013185

scheinb. Abstand 61° 56′ 34″

2) 136° 41′ 48″

die halbe Summe 68° 20′ 54.

Log. Cos. 956698

scheinb. Abstand	61° 56′ 34.	
Unterschied	6° 24′ 20″	
		Log. Cosin. 999728
☽ wahre Höhe	33° 8′ 38″	
		Log. Cosin. 992287
Sterns wahre Höhe	42° 24′ 27″	
		Log. Cosin. 986827
2)	75° 33′ 5″	
halbe Summe	37° 49′ 33″	
		2) 3956040
		19.78020
	subtrahire deren Log. Cos.	989756
	bleibt Log. Sin.	988264.

suche dessen gegenüber
stehenden Cosinus, als . 981032.

+ dem Cosinus der halben Summe der wahren beyden Höhen 989756

Log. Sin. 1970788 von

30° 41′ 43″ als der Hälfte des wahren Abstands, multiplicirt 2

giebt den ganzen wahren Abstand . . . 61° 23′ 26″

Der Abstand am Schiffe 61° 23′ 26″
der Abstand auf dem Pico 59° 52′ 15″

der Unterschied . 1° 31′ 11″

Auf dem Pico fällt der Abstand an diesem Abend, zwischen
61° 24′ 53″ um 13 Uhr 53′ 20″
und 59° 52′ 15″ . 16 . 53′ 20.

ist also 1° 32′ 38″ der Unterschied in 3 Stunden

1° 32′ 38″ Unterschied -- 3 Stunden -- 1° 35′ 11″ Unterschied

N. Log. 5558″	N. Log. 10800″	N. Log. 5471″
Log. 374492	Log. 403342	Log. 373807
	373807	
	Log. 777149	
	— 374492	
	Log. 402657	
	giebt No. Log. 10630″	

sind 2 Stunden 57′ 10″ von
16 Uhr 53′ 20. subtrahirt

giebt 13 Uhr 56° 10″ Zeit der Beobachtung auf dem Pico,
11 . 30° 0″ Zeit der Beobachtung am Schiffe

2 Stunden 26′ 10″ Unterschied der Zeiten.

Diese in Grade verwandelt, also:

1 Stunde — 15° — 2 Stunde 26′10″

*) sind 36° 32′ 30″ westlich vom Pico, weil die Zeit der Beobachtung am Schiffe kleiner ist.

*) Dieses Beispiel haben wir, als Formular, darum vollständig berechnet, weil der Verfasser seine Abhandlung nicht für practische Seefahrer allein bestimmt hatte.

Die Herausgeber.

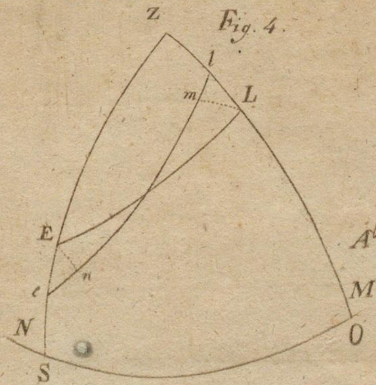

Fig. 4.

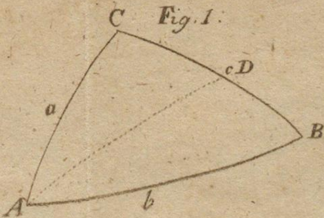

Fig. 1.

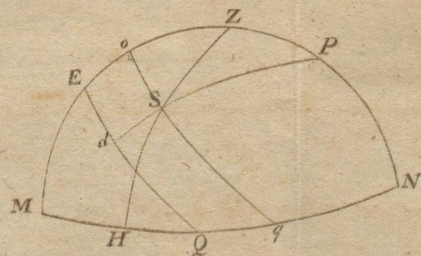

Fig. 3.

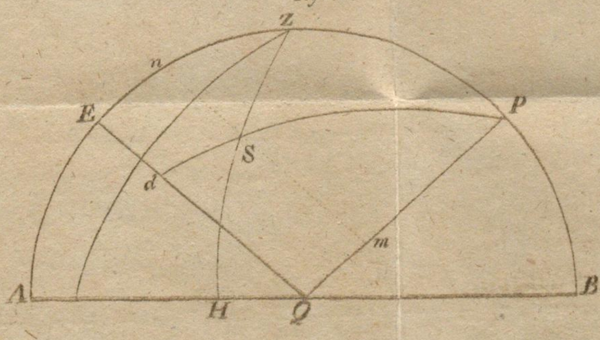

Fig. 2.